



**Joana Patrícia Cardoso Norberto**

Licenciada em Engenharia Civil

## **Caracterização do Comportamento Dinâmico do Passadiço Pedonal do Campus da FCT-UNL**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Civil – Perfil de Estruturas

Orientador: Prof. Doutor Filipe Pimentel Amarante dos Santos

Júri:

Presidente:	Prof. Doutor Rodrigo M. Gonçalves
Arguente:	Prof. Doutora Ildi Cismaşiu
Vogal:	Prof. Doutor Filipe Pimentel Amarante dos Santos



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Julho de 2014**



“Copyright” Joana Patrícia Cardoso Norberto, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



# Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao Prof. Dr. Filipe Amarante dos Santos, por ter confiado em mim para a realização deste trabalho. A sua ajuda, interesse e disponibilidade foram preciosos ao longo de todo o processo.

Ao Eng. Tiago Braga Abecasis, que se disponibilizou para colaborar e pela cedência de elementos que se revelaram de grande utilidade na elaboração da presente dissertação.

Ao Eng. Tiago Ribeiro pelas sugestões que contribuíram para a qualidade final do trabalho.

A todos os colegas que se disponibilizaram para ajudar na realização dos ensaios experimentais.

Aos meus colegas e amigos, em especial à Ana, que me acompanhou nesta jornada académica, pelo seu companheirismo e amizade, e ao Filipe por todo o apoio e incentivo nos momentos menos bons.

Por último, mas não menos importante, o meu profundo agradecimento aos meus pais, pelo apoio incondicional, carinho e educação que me têm dado desde sempre.



# Resumo

Ao longo dos anos, os problemas de vibração em pontes pedonais têm sido cada vez mais um motivo de preocupação, devido ao aumento da leveza e esbelteza associadas a este tipo de estruturas. Nesta dissertação, o caso de estudo é o passadiço pedonal que faz a ligação entre a FCT-UNL e o Madan Parque, no Monte da Caparica, Almada, sendo o principal objectivo analisar a sua resposta dinâmica devido às acções pedonais. É desenvolvido e calibrado um modelo de elementos finitos, através da identificação modal experimental e estudos paramétricos. Adicionalmente, é feita uma análise da resposta dinâmica induzida por uma acção pedonal, recorrendo ao modelo elaborado e a um ensaio experimental, permitindo assim validar o modelo quanto à sua fiabilidade. Posteriormente, é feita uma análise da susceptibilidade do passadiço a problemas de vibração excessiva, através da metodologia desenvolvida pelo Sétra, concluindo-se que não é necessário proceder a qualquer análise dinâmica. Por fim, é feito um estudo sobre a implementação de um sistema de controlo passivo, de modo a reduzir os níveis de vibração. A resposta dinâmica é posteriormente analisada, com e sem o sistema de controlo, recorrendo ao programa de elementos finitos SAP2000. Verifica-se que a implementação do sistema de controlo permite verificar os graus de conforto estabelecidos.

## Palavras chave:

Passadiços pedonais; Carregamentos pedonais; Identificação modal; Amortecedor de massa sintonizada





# Abstract

Over the years, vibration problems in footbridges have become more and more an issue of concern, due to the increasing lightness and slenderness associated with this type of structure. In this thesis, the object of study is a footbridge connecting FCT-UNL and Madan Parque in Monte da Caparica, Almada. The aim is to analyze the dynamic response of the bridge due to pedestrian loads. A finite element model is developed and calibrated through experimental modal identification and parametric studies. Additionally, an analysis of the dynamic response induced by a pedestrian load is then conducted through the developed model and through experimental tests. These procedures allow the validation of the finite element model. Subsequently, an assessment of the vibrational behavior is carried out, using the Sétra guidelines, which indicate that the footbridge is considered not to require any calculation to check dynamic behavior. Finally, to reduce the amplitude of vibrations, a passive control system is proposed. The dynamic response is then analyzed, with and without the control system, using program SAP2000. The control system is proven to be effective in meeting the serviceability requirements.

## Keywords:

Footbridges; Pedestrian loads; Modal identification; Tuned mass damper



# Índice de Matérias

Copyright .....	i
Agradecimentos .....	iii
Resumo .....	v
Abstract .....	vii
Índice de Figuras .....	xi
Índice de Tabelas .....	xvii
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos .....	xix
<b>1. Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1. A problemática das vibrações em pontes pedonais .....	1
1.2. Objectivos da dissertação .....	3
1.3. Organização da dissertação .....	3
<b>2. Dinâmica de pontes pedonais .....</b>	<b>5</b>
2.1. Cargas pedonais .....	5
2.1.1. Caracterização da acção pedonal individual .....	5
2.1.2. Modelação da acção pedonal individual .....	9
2.1.3. Comportamento de multidões .....	12
2.1.4. Quantificação de cargas pedonais devidas a multidões .....	14
2.2. Estado limite de serviço de vibração .....	19
2.2.1. Critérios de frequência .....	19
2.2.2. Critérios de aceleração .....	19
<b>3. Caso de estudo – Modelação preliminar .....</b>	<b>21</b>
3.1. Apresentação da estrutura .....	21
3.2. Caracterização da estrutura .....	22
3.2.1. Tabuleiro .....	22
3.2.2. Pilares .....	26
3.2.3. Fundações .....	27
3.2.4. Apoios .....	29
3.2.5. Materiais .....	29
3.3. Modelação em elementos finitos .....	30
3.3.1. Materiais .....	30
3.3.2. Fundações .....	30
3.3.3. Pilares .....	32
3.3.4. Tabuleiro .....	32

3.3.5.	Ligações .....	34
3.3.6.	Modelo final .....	34
3.3.7.	Análise de convergência.....	34
3.3.8.	Modos de vibração e frequências próprias.....	35
<b>4.</b>	<b>Calibração e validação do modelo de EF .....</b>	<b>37</b>
4.1.	Aspectos gerais .....	37
4.2.	Caracterização dinâmica experimental .....	39
4.2.1.	Frequências próprias e modos de vibração .....	41
4.2.2.	Comparação com resultados do modelo de EF .....	43
4.3.	Processo de calibração do modelo .....	44
4.3.1.	Correcção da ordem dos modos de vibração .....	44
4.3.2.	Ajustamento de frequências e configurações modais .....	47
4.3.3.	Modelo final e respectiva validação.....	57
4.3.4.	Identificação de problemas de vibração excessiva .....	61
<b>5.</b>	<b>Implementação de um sistema de controlo passivo.....</b>	<b>63</b>
5.1.	Sistemas de controlo .....	63
5.1.1.	Controlo passivo .....	63
5.1.2.	Controlo activo .....	64
5.1.3.	Controlo semi-activo .....	64
5.1.4.	Controlo híbrido .....	64
5.2.	Amortecedor de massa sintonizada .....	65
5.2.1.	Fundamentos teóricos .....	65
5.2.2.	Metodologia de dimensionamento de um TMD.....	69
5.3.	Dimensionamento do sistema de controlo .....	71
5.3.1.	Quantificação das cargas pedonais .....	71
5.3.2.	Resposta dinâmica face às cargas pedonais .....	74
5.3.3.	Aplicação de um TMD para o 1º modo vertical .....	76
5.3.4.	Aplicação de um TMD para o 2º modo vertical .....	79
<b>6.</b>	<b>Conclusões.....</b>	<b>83</b>
	<b>Referências bibliográficas.....</b>	<b>85</b>
<b>A.</b>	<b>Revisões de Dinâmica de Estruturas .....</b>	<b>89</b>
<b>B.</b>	<b>Tensões efectivas e módulos de reacção nas estacas .....</b>	<b>93</b>
<b>C.</b>	<b>Aplicação de cargas harmónicas no programa SAP2000 .....</b>	<b>95</b>
<b>D.</b>	<b>Modelação de um TMD no programa SAP2000 .....</b>	<b>97</b>

# Índice de Figuras

Figura 1.1: Ponte Millenium [34] .....	1
Figura 1.2: Aplicação de amortecedores de massa sintonizada na ponte Millenium [25] .....	2
Figura 1.3: Ponte Pedro e Inês [13] .....	2
Figura 2.1: Função de carga vertical para vários tipos de movimento [55] .....	6
Figura 2.2: Funções de carga nas componentes vertical, lateral e longitudinal [49] .....	7
Figura 2.3: Sentido das componentes da força exercida pelo peão [48] .....	7
Figura 2.4: Relação entre a frequência da passada, velocidade do movimento e comprimento da passada [38] .....	8
Figura 2.5: Relação entre o tempo de contacto pé-pavimento, frequência da passada e factor de amplificação da carga [38] .....	8
Figura 2.6: Contribuição das 3 primeiras harmónicas para a componente vertical, para um andamento normal ( $f_p = 2$ Hz) .....	10
Figura 2.7: Contribuição até às 3 primeiras harmónicas para a componente vertical, para um andamento normal ( $f = 2$ Hz) .....	11
Figura 2.8: Contribuição até às 3 primeiras harmónicas para a componente lateral, para um andamento normal ( $f = 1$ Hz) .....	12
Figura 2.9: Representação da sincronização peão-estrutura [49] .....	13
Figura 2.10: Factor de redução $\psi$ para vibrações verticais (à esquerda) e vibrações laterais (à direita) para casos 1 e 2 [43] .....	17
Figura 2.11: Factor de redução $\psi$ para vibrações verticais (à esquerda) e vibrações laterais (à direita) para o caso 3 [43] .....	18
Figura 2.12: Sentido de aplicação das cargas no tabuleiro .....	18
Figura 2.13: Comparação entre as acelerações máximas admissíveis de cada norma, para a direcção vertical .....	20
Figura 3.1: Vista sul do passadiço pedonal FCT-UNL – Madan Parque .....	21
Figura 3.2: Modelo genérico da viga Vierendeel .....	22
Figura 3.3: Vista em planta do tabuleiro .....	22
Figura 3.4: Alçado sul planificado do passadiço pedonal [2] .....	23
Figura 3.5: Corte em planta da estrutura metálica do tabuleiro nas zonas a meio vão .....	23

Figura 3.6: Descontinuidade na corda superior e montante da viga Vierendeel exterior, junto ao pilar P1.....	24
Figura 3.7: Corte em planta da estrutura metálica na zona junto aos pilares [2].....	24
Figura 3.8: Disposição das nervuras da chapa colaborante (estrutura em fase de construção) [2].....	24
Figura 3.9: Vista longitudinal do tabuleiro na zona a meio vão [2] .....	25
Figura 3.10: Corte transversal da estrutura metálica na zona junto aos pilares [2] .....	25
Figura 3.11: Corte longitudinal da estrutura metálica junto ao pilar P1 [2] .....	26
Figura 3.12: Geometria do pilar P1: (a) Alçado longitudinal; (b) Alçado transversal [2] .....	26
Figura 3.13: Geometria do pilar P2 (a) Alçado longitudinal; (b) Alçado transversal [2] .....	27
Figura 3.14: Fundação indirecta do pilar P1: (a) Alçado transversal; (b) Vista em planta [2] .....	28
Figura 3.15: Fundação indirecta do pilar P2: (a) Alçado transversal; (b) Vista em planta [2] .....	28
Figura 3.16: Vista em planta da fundação indirecta do encontro E2 [2] .....	28
Figura 3.17: Corte transversal junto ao encontro E1 [2] .....	29
Figura 3.18: Módulo de reacção para formações miocénicas da região de Lisboa [37].....	31
Figura 3.19: Vista tridimensional dos modelos das fundações: (a) pilar P1; (b) pilar P2; (c) encontro E2.....	32
Figura 3.20: Vista tridimensional dos modelos dos pilares: (a) Pilar P1; (b) Pilar P2.....	32
Figura 3.21: Descontinuidade das cordas superiores e montantes junto aos pilares .....	33
Figura 3.22: Discretização da malha na laje maciça e nas chapas metálicas, junto ao pilar P1.....	33
Figura 3.23: Secção transversal da lâmina de betão .....	33
Figura 3.24: Modelo preliminar no programa SAP2000 .....	34
Figura 3.25: 1º Modo vertical do modelo preliminar (3.24 Hz) .....	35
Figura 3.26: 1º Modo de torção do modelo preliminar (3.99 Hz) .....	36
Figura 3.27: 2º Modo vertical do modelo preliminar (4.44 Hz) .....	36
Figura 3.28: 1º Modo longitudinal do modelo preliminar (5.10 Hz) .....	36
Figura 3.29: 2º Modo de torção do modelo preliminar (6.43 Hz) .....	36
Figura 3.30: 3º Modo de torção do modelo preliminar (7.12 Hz) .....	36
Figura 4.1: Gravador MR2002 (à esquerda) e sensor de velocidades MS2003+ (à direita).....	39

Figura 4.2: Pontos onde foram posicionados os sensores de velocidade .....	40
Figura 4.3: Espectros dos valores singulares das funções de densidade espectral .....	41
Figura 4.4: Modo 1: 1º vertical (3.11 Hz) .....	42
Figura 4.5: Modo 2: 2º vertical (3.55 Hz) .....	42
Figura 4.6: Modo 3: 1º torção (4.45 Hz) .....	42
Figura 4.7: Modo 4: 3º vertical (7.3 Hz) .....	43
Figura 4.8: Influência da rigidez longitudinal dos apoios do Encontro E2, nas frequências modais .....	45
Figura 4.9: Influência do módulo de elasticidade do betão da laje mista nas frequências modais .....	48
Figura 4.10: Influência do módulo de elasticidade do betão da laje maciça nas frequências modais. ....	49
Figura 4.11: Influência do módulo de elasticidade do betão dos pilares nas frequências modais. ....	49
Figura 4.12: Influência da rigidez $k_y$ dos apoios do Encontro E1 nas frequências modais.....	50
Figura 4.13: Influência da rigidez $k_{\theta,x}$ dos apoios do Encontro E1 nas frequências modais.....	50
Figura 4.14: Influência da rigidez $k_{\theta,x}$ dos apoios do Encontro E2 nas frequências modais.....	51
Figura 4.15: Influência da rigidez das molas implementadas nos maciços de encabeçamento nas frequências modais .....	51
Figura 4.16: Influência da rigidez $k_{\theta,x}$ dos apoios do Pilar P1 nas frequências modais .....	52
Figura 4.17: Influência da rigidez $k_{\theta,y}$ dos apoios do Pilar P1 nas frequências modais .....	52
Figura 4.18: Influência da rigidez $k_{\theta,z}$ dos apoios do Pilar P1 nas frequências modais .....	53
Figura 4.19: Influência da rigidez $k_{\theta,x}$ dos apoios do Pilar P2 nas frequências modais .....	53
Figura 4.20: Influência da rigidez $k_{\theta,y}$ dos apoios do Pilar P2 nas frequências modais .....	54
Figura 4.21: Influência da rigidez $k_{\theta,z}$ dos apoios do Pilar P2 nas frequências modais .....	54
Figura 4.22: Influência da massa da laje mista nas frequências modais .....	55
Figura 4.23: Influência da massa da laje maciça nas frequências modais .....	55
Figura 4.24: Influência da rigidez de flexão da laje mista nas frequências modais.....	56
Figura 4.25: Influência da rigidez de flexão da laje maciça nas frequências modais.....	56
Figura 4.26: Influência da espessura das chapas metálicas nas frequências modais.....	57
Figura 4.27: 1º Modo vertical (3.00 Hz) .....	59

Figura 4.28: 2º Modo vertical (3.83 Hz).....	59
Figura 4.29: 1º Modo de torção (4.56Hz) .....	59
Figura 4.30: Aceleração vertical no ensaio experimental .....	60
Figura 5.1: Modelo de um TMD ligado ao sistema principal .....	65
Figura 5.2: Factor de amplificação dinâmico da massa principal para diferentes valores de amortecimento do TMD, adoptando $\mu = 0.1$ e $q = 0.1$ .....	67
Figura 5.3: Factor de amplificação dinâmico da massa principal para diferentes valores de $q$ , adoptando $\xi = 0.1$ e $\mu = 0.05$ .....	68
Figura 5.4: Factor de amplificação dinâmico da massa principal para diferentes valores de $\mu$ , adoptando $\xi = 0.1$ e $q = 0.9$ .....	68
Figura 5.5: Definição da série temporal para o caso de carregamento Modo 1 – Classe I no SAP2000 .....	73
Figura 5.6: Configuração das cargas unitárias: (a) Modo 1 – direcção vertical (alçado planificado do tabuleiro); (b) Modo 2 – direcção vertical (alçado planificado do tabuleiro); (c) Modo 3 – direcção vertical (vista planificada sobre o tabuleiro); .....	74
Figura 5.7: Aceleração máxima para 1º modo vertical – classe I .....	75
Figura 5.8: Aceleração máxima para 1º modo vertical – classe II .....	75
Figura 5.9: Aceleração máxima para 2º modo vertical – classe I .....	75
Figura 5.10: Aceleração máxima para 2º modo vertical – classe II .....	75
Figura 5.11: Aceleração máxima para 1º modo de torção, direcção vertical – classe I .....	76
Figura 5.12: Aceleração máxima para 1º modo de torção, direcção vertical – classe II .....	76
Figura 5.13: Resposta dinâmica da estrutura com e sem sistema de controlo – 1º modo vertical .....	78
Figura 5.14: Aceleração máxima a meio vão do troço 3 com TMD sintonizado para o 1º modo vertical .....	78
Figura 5.15: Aceleração vertical máxima a meio vão do troço 2 com TMD sintonizado para o 1º modo vertical .....	79
Figura 5.16: Resposta dinâmica da estrutura com e sem sistema de controlo – 2º modo vertical .....	80
Figura 5.17: Aceleração máxima a meio vão do troço 2 com TMD sintonizado com o 2º modo vertical .....	80
Figura 5.18: Aceleração máxima a meio vão do troço 3 com TMD sintonizado com o 2º modo vertical .....	81
Figura 5.19: Aceleração vertical máxima a meio vão do troço 3 com os dois TMD's implementados simultaneamente.....	82



Figura 5.20: Aceleração vertical máxima a meio vão do troço 2 com os dois TMD's implementados simultaneamente .....	82
Figura A.1: Sistema com 1 GDL .....	89
Figura A.2: Curvas de ressonância para vários coeficientes de amortecimento.....	90
Figura C.1: Definição dos casos de carga no SAP2000.....	96
Figura D.1: Definição das propriedades do TMD no SAP2000 .....	98



# Índice de Tabelas

Tabela 2.1: Frequência, velocidade e comprimento da passada segundo Wheeler [38] .....	9
Tabela 2.2: Factores de carga dinâmicos segundo várias fontes .....	11
Tabela 2.3: Risco de ressonância para vibrações na direcção vertical [43].....	15
Tabela 2.4: Risco de ressonância para vibrações na direcção lateral [43] .....	16
Tabela 2.5: Casos de carregamento a verificar [43] .....	16
Tabela 2.6: Densidade pedonal .....	17
Tabela 2.7: Carregamentos pedonais a aplicar para vibrações verticais .....	18
Tabela 2.8: Carregamentos pedonais a aplicar para vibrações laterais .....	18
Tabela 2.9: Frequências críticas para as diferentes normas .....	19
Tabela 2.10: Critérios de aceleração para as várias normas .....	20
Tabela 2.11: Acelerações máximas admissíveis segundo o Sétra .....	20
Tabela 3.1: Propriedades mecânicas dos materiais definidos no SAP2000 .....	30
Tabela 3.2: Discretizações da malha de elementos finitos.....	34
Tabela 3.3: Análise de convergência da solução .....	35
Tabela 4.1: Localização dos sensores para cada ensaio .....	40
Tabela 4.2: Comparação das frequências e tipos de modo de vibração entre o ensaio experimental e o modelo de EF .....	43
Tabela 4.3: Frequências naturais após introdução de rigidez longitudinal nos apoios do Encontro E2 .....	45
Tabela 4.4: Valores dos ângulos de rotação dos vectores complexos .....	46
Tabela 4.5: Matriz MAC entre resultados experimentais e modelo .....	46
Tabela 4.6: Parâmetros adoptados no modelo final .....	58
Tabela 4.7: Frequências do modelo numérico final .....	58
Tabela 4.8: Matriz MAC entre resultados experimentais e modelo .....	58
Tabela 4.9: Coeficientes de amortecimento estimados experimentalmente .....	61
Tabela 4.10: Carregamentos estáticos dos peões .....	61
Tabela 4.11: Frequências naturais com e sem peões .....	62

Tabela 4.12: Casos de carregamento a considerar .....	62
Tabela 5.1: Carregamentos estáticos dos peões.....	71
Tabela 5.2: Frequências naturais conforme a classe de tráfego do passadiço.....	71
Tabela 5.3: Número equivalente de peões para as diferentes classes .....	72
Tabela 5.4: Casos de carregamento a considerar .....	72
Tabela 5.5: Carregamentos pedonais considerados .....	72
Tabela 5.6: Acelerações máximas para cada caso de carregamento .....	74
Tabela 5.7: Parâmetros ótimos para um TMD sintonizado com o 1º modo vertical .....	77
Tabela 5.8: Dimensionamento do TMD sintonizado com o 2º modo vertical .....	79
Tabela 5.9: Parâmetros ótimos para um TMD sintonizado com o 2º modo vertical .....	80
Tabela A.1: Valores típicos do coeficiente de amortecimento para pontes pedonais [41].....	91
Tabela B.1: Valores para as estacas do Pilar P1.....	93
Tabela B.2: Valores para as estacas do Pilar P2.....	94
Tabela B.3: Valores para as estacas do Encontro E2 .....	94
Tabela B.4: Cotas do nível freático .....	94

# Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

## Abreviaturas

EF Elementos finitos

GDL Graus de liberdade

## Siglas

EFDD *Enhanced Frequency Domain Decomposition*

FCT Faculdade de Ciências e Tecnologias

FDD *Frequency Domain Decomposition*

FTT *Fast Fourier Transform*

MAC *Modal Assurance Criterion*

SPT *Standard Penetration Test*

SVD *Singular Value Decomposition*

TMD *Tuned Mass Damper*

UNL Universidade Nova de Lisboa

## Símbolos

$a_{adm}$  Aceleração admissível

$a_{max}$  Aceleração máxima

$d$  Densidade pedonal

$E_c$  Módulo de elasticidade do betão

$F_0$  Amplitude máxima do carregamento pedonal

$f_{1v}$  Frequência própria do 1º modo de vibração vertical

$f_p$	Frequência da passada
$G$	Peso estático do peão
$k$	Módulo de reacção do solo
$k_s$	Coeficiente de reacção horizontal
$k_y$	Rigidez longitudinal dos apoios
$k_{\theta x}$	Rigidez de rotação do apoio segundo a direcção lateral
$k_{\theta y}$	Rigidez de rotação do apoio segundo a direcção longitudinal
$k_{\theta z}$	Rigidez de rotação do apoio segundo a direcção vertical
$l_p$	Comprimento da passada
$M_n$	Massa modal do modo de vibração $n$
$n$	Número de harmónicas consideradas
$N$	Número total de peões
$N_{eq}$	Número equivalente de peões
$q$	Rácio entre frequência do TMD e frequência do sistema principal
$S$	Área do tabuleiro
$v_p$	Velocidade da passada
$X_1$	Deslocamento máximo do sistema principal
$X_{1,est}$	Deslocamento estático do sistema principal
$\alpha_i$	Coeficiente de Fourier
$\beta_i$	Factor de participação
$\mu$	Rácio entre massa adicional e massa do sistema principal
$\xi$	Coeficiente de amortecimento
$\xi_{2,opt}$	Coeficiente de amortecimento óptimo do TMD
$\phi_i$	Parte imaginária do vector modal complexo

$\phi_R$	Parte real do vector modal complexo
$\phi_{Real}$	Vector real das componentes modais
$\psi$	Factor de redução
$\omega_n$	Frequência de vibração do modo $n$
$\Omega_1$	Rácio entre frequência de excitação e frequência do sistema principal
$\varphi_i$	Ângulo de fase associado à harmónica $i$





# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 A problemática das vibrações em pontes pedonais

Nos últimos anos, tem-se observado uma evolução na arquitectura de pontes pedonais. As reduzidas cargas a que este tipo de estrutura está sujeito e os avanços da tecnologia permitem que seja possível construir pontes cada vez mais esbeltas, leves e com maiores vãos. Como consequência, a diminuição da massa e da rigidez conduz a estruturas com frequências naturais mais baixas. Estas características, em conjunto com as forças induzidas pela actividade humana, originam vibrações que podem conduzir a problemas de conforto ao nível dos utilizadores, podendo em casos extremos levar a fenómenos de ressonância [9].

Um dos acontecimentos mais mediáticos foi o caso da ponte Millenium, em Londres. No ano de 2000, no dia da sua inauguração, milhares de pessoas passaram pela ponte, induzindo vibrações horizontais ao ponto de se tornarem intoleráveis e ter sido necessário o encerramento temporário da ponte durante vários meses [27]. Estudos posteriores vieram a mostrar que a ressonância se deveu ao facto da frequência do modo de vibração horizontal da estrutura coincidir com a frequência do movimento lateral dos pedestres [21].

Desde então, este tema tem conquistado cada vez mais importância na comunidade de engenharia, levando até à realização de várias conferências internacionais, a primeira realizada em Paris no ano de 2002, e uma delas no Porto em 2008 [42].



Figura 1.1: Ponte Millenium [34]

Várias medidas são possíveis de serem adoptadas para evitar níveis de vibração elevados. Um delas consiste em aumentar a rigidez da estrutura, a partir do reforço da estrutura, o que pode não ser uma boa solução por se revelar muitas vezes economicamente inviável. A alternativa passa por aumentar o amortecimento, nomeadamente pela utilização de sistemas de controlo, que possibilitam uma rápida dissipação da energia. A par dos avanços tecnológicos nas últimas décadas, tem-se observado um grande desenvolvimento nesta área, com o propósito de reduzir as respostas das estruturas quando sujeitas a solicitações dinâmicas.

No âmbito do controlo de vibrações em pontes pedonais, destacam-se particularmente os amortecedores de massa sintonizada (*tuned mass dampers*), pela sua ampla utilização neste tipo de estruturas. Os amortecedores de massa sintonizada consistem basicamente numa massa adicional que é ligada à estrutura através de uma mola e um amortecedor. Este tipo de controlo foi de facto uma das soluções implementadas na ponte Millennium, onde foram colocados 26 pares de dispositivos, de modo a controlar as vibrações na direcção vertical [27].



Figura 1.2: Aplicação de amortecedores de massa sintonizada na ponte Millenium [25]

Um exemplo da aplicação desta tecnologia em Portugal é a ponte Pedro e Inês, em Coimbra. A ocorrência de vibrações laterais excessivas, para um número reduzido de peões, conduziu à instalação de 6 TMD's para a direcção lateral. Após a sua implementação, foi realizada uma monitorização contínua durante cinco anos, que veio a indicar que a resposta dinâmica da estrutura é inferior aos limites de conforto normalizados [13].



Figura 1.3: Ponte Pedro e Inês [13]

## 1.2 Objectivos da dissertação

Os principais objectivos deste trabalho consistem em caracterizar o comportamento dinâmico de um passadiço pedonal e estudar a implementação de um sistema de controlo passivo. Para tal, é elaborado um modelo de elementos finitos (EF) no programa SAP2000, para que seja possível simular a resposta dinâmica da estrutura quando sujeita a acções dinâmicas.

A fim de se validar o modelo de elementos finitos, são realizadas medições experimentais no passadiço, que permitem caracterizar as propriedades dinâmicas da estrutura e comparar os resultados obtidos com os resultados do modelo de EF. Segue-se de seguida uma actualização do modelo, caso se verifique que este não simula correctamente o comportamento real da estrutura, recorrendo a análises paramétricas e a ensaios experimentais.

Uma vez validado o modelo, pretende-se dimensionar uma solução de controlo passivo de vibrações e comparar as respostas dinâmicas induzidas pela acção pedonal com e sem o sistema de controlo, a partir do modelo de EF.

## 1.3 Organização da dissertação

O presente trabalho é composto por sete capítulos, sendo o primeiro um enquadramento geral no tema das vibrações em passadiços pedonais e descrevendo algumas aplicações reais de sistemas de controlo.

No segundo capítulo são estudadas as características inerentes ao movimento do peão, bem como a modelação das cargas pedonais individuais e de multidões. No final do capítulo, abordam-se algumas normas internacionais que definem critérios de conforto a garantir aos utilizadores.

O terceiro capítulo descreve as características do passadiço pedonal em análise, sendo de seguida descrito o processo de modelação preliminar no programa SAP2000 e apresentadas as características dinâmicas obtidas por este modelo.

O quarto capítulo é referente ao processo de actualização e validação do modelo de EF. Inicialmente é descrita a campanha experimental realizada para a caracterização dinâmica, sendo apresentados os seus resultados e comparados com os do modelo numérico. De seguida, é feita a actualização e validação do modelo através de estudos paramétricos e de ensaios experimentais. Uma vez validado o modelo, é feita uma análise da susceptibilidade do passadiço a fenómenos de ressonância, através da metodologia desenvolvida pelo Sétra.

No quinto capítulo são abordados vários tipos de sistemas de controlo, sendo posteriormente descrito o processo de dimensionamento de uma solução de controlo passivo, recorrendo a amortecedores de massa sintonizada, com o objectivo de reduzir os níveis de vibração. De seguida, a resposta dinâmica do passadiço quando sujeito a acções pedonais é avaliada, com e sem o sistema de controlo.

Por último, no sexto capítulo são apresentadas as principais conclusões retiradas ao longo deste trabalho.

## Capítulo 2

# Dinâmica de pontes pedonais

No presente capítulo é analisado o comportamento dinâmico de passadiços face à acção pedonal, apresentando modelos matemáticos que permitem quantificar as forças aplicadas pelo peão na estrutura. São também estudados os efeitos de multidões em pontes pedonais. Por fim, são apresentadas as normas que definem os critérios de conforto em pontes sujeitas a acções pedonais.

### 2.1 Cargas pedonais

A caracterização da acção pedonal em pontes e passadiços é um processo bastante complexo, que tem sido amplamente estudado por inúmeros autores. Ao atravessarem um passadiço, as pessoas aplicam forças dinâmicas no tabuleiro, podendo executar vários tipos de movimento, como caminhar, correr ou até saltar. Estas acções, sendo rítmicas, podem ser classificadas como periódicas. Na quantificação das cargas pedonais e na análise do efeito que estas provocam na estrutura, há vários aspectos a ter em conta [9]:

- Frequência da passada/salto;
- Função de carga da acção dinâmica individual;
- Número de peões envolvidos;
- Fenómenos de sincronização.

A frequência da passada define-se como o número de passos efectuados por segundo, e é um aspecto importante na quantificação das cargas pedonais, uma vez que as pontes pedonais, estruturas leves e esbeltas em geral, possuem frequências naturais baixas, que podem cair na gama de frequências características da acção pedonal. Quando tal acontece, há risco de ressonância. Para modelar essa acção, é essencial por isso conhecer a função de carga individual, isto é, a evolução da amplitude da força que o peão exerce na estrutura ao longo do tempo.

#### 2.1.1 Caracterização da acção pedonal individual

As forças pedonais são exercidas por pessoas, com características que variam de indivíduo para indivíduo (idade, peso, altura, sexo, etc). Devido à sua natureza variável, torna-se difícil

prevê-las com exactidão. Em geral, as forças podem ser descritas como funções de carga que relacionam a força com o tempo. A acção pedonal é uma força com componentes nas três direcções: vertical, lateral e longitudinal. As duas últimas componentes são uma consequência da oscilação lateral do centro de gravidade do corpo, à medida que se move. As componentes vertical e lateral são as mais relevantes no estudo das vibrações induzidas por peões. A direcção mais investigada tem sido a vertical, especialmente para movimentos do tipo caminhar, por ser a direcção com maior amplitude de força. Outros movimentos como a corrida e actos deliberados de vandalismo (como saltar no mesmo local) também têm sido analisados [39].

Usualmente, a componente longitudinal da acção pedonal é desprezada, por actuar segundo a direcção de maior rigidez da estrutura, sendo por isso pouco relevante no estudo da resposta dinâmica [55]. Em estudos conduzidos por Wheeler [51], a evolução da força é diferenciada para diferentes tipos de movimento, desde um andamento lento até à corrida. Na Figura 2.1 estão apresentadas as funções de carga típicas segundo a componente vertical, para uma única passada, consoante o tipo de actividade. Para as actividades de caminhar, é possível observar dois picos na função. O primeiro corresponde ao momento em que o calcanhar do peão toca no chão e o segundo pico é o momento em que a biqueira do pé contacta com o pavimento. À medida que a velocidade do movimento aumenta, os dois picos vão se aproximando até que a função passa a ter apenas um pico no caso da corrida. Neste tipo de movimento, o ser humano tem tendência para pousar apenas a biqueira do pé [51].

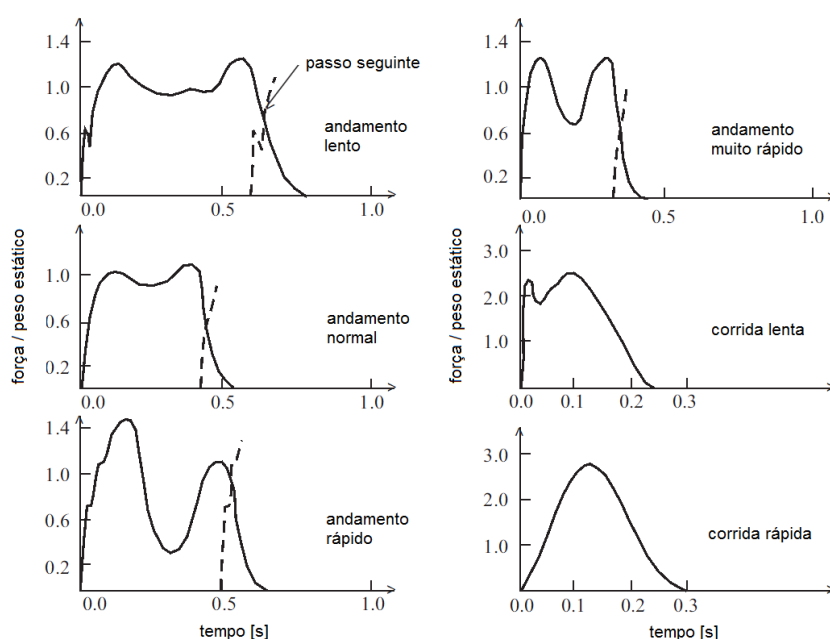


Figura 2.1: Função de carga vertical para vários tipos de movimento [55]

Com base em medições feitas por Andriacchi *et al.* [6], foi possível definir a configuração da função de carga, para um andamento contínuo. Na Figura 2.2 estão apresentadas as funções de carga nas componentes vertical, lateral e longitudinal, para duas passadas sucessivas. Note-se que o período da função da componente lateral é o dobro do período

das restantes. Por outras palavras, a frequência da componente lateral é duas vezes inferior à frequência da passada. Isto deve-se ao facto de, em cada passada sucessiva, o sentido da força lateral inverter-se, como demonstra a Figura 2.3.

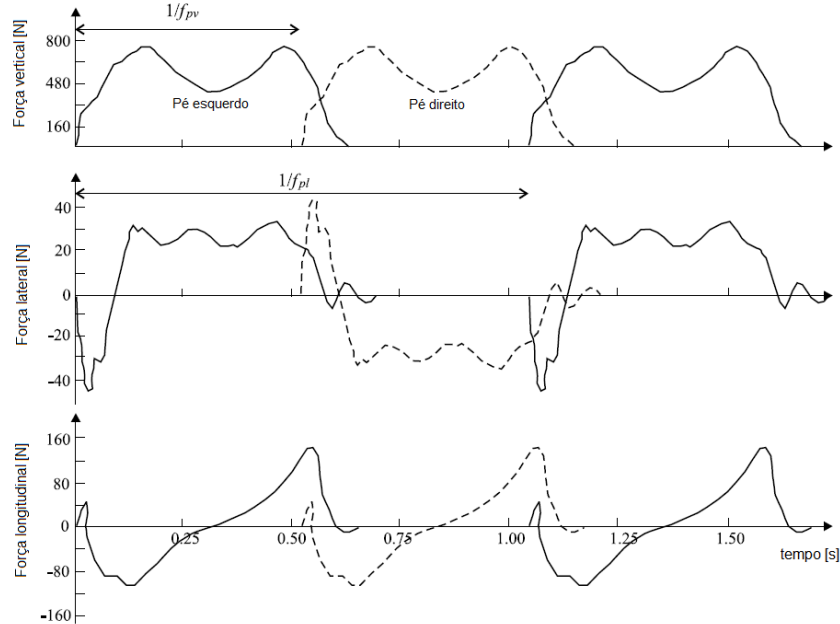


Figura 2.2: Funções de carga nas componentes vertical, lateral e longitudinal [49]

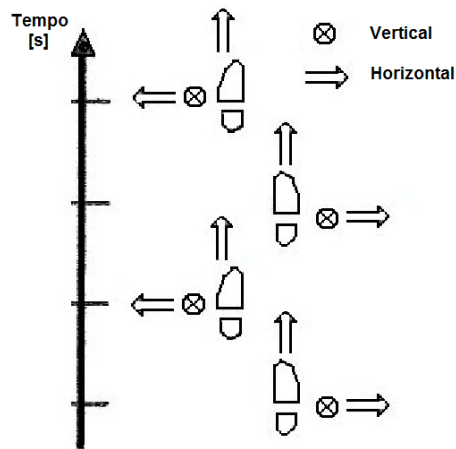


Figura 2.3: Sentido das componentes da força exercida pelo pé [48]

Wheeler [51] estudou aprofundadamente as forças pedonais relevantes no comportamento dinâmico de passadiços pedonais, tendo concluindo que, para além do peso do pé, a função de carga depende de parâmetros como o comprimento da passada, a velocidade do movimento e o tempo de contacto entre o pé e o pavimento, tendo definido estes parâmetros em função da frequência da passada. Embora seja evidente que todos estes parâmetros variam de pessoa para pessoa, foram retiradas algumas conclusões. Na Figura 2.4 é possível observar a relação entre a frequência da passada, a velocidade do movimento e o comprimento da passada, segundo Wheeler. Na Figura 2.5 é apresentada a

relação da frequência da passada com o tempo de contacto pé-pavimento e o factor de amplificação da carga (o número de vezes que o peso estático do peão é ampliado). Como se pode observar, com o aumento da frequência da passada, a amplitude máxima da força, o comprimento da passada e a velocidade aumentam, ao passo que o tempo de contacto diminui.

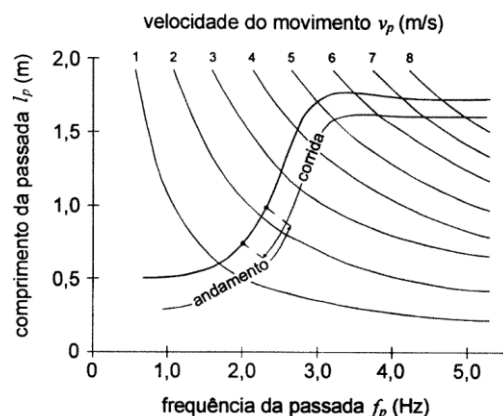


Figura 2.4: Relação entre a frequência da passada, velocidade do movimento e comprimento da passada [38]

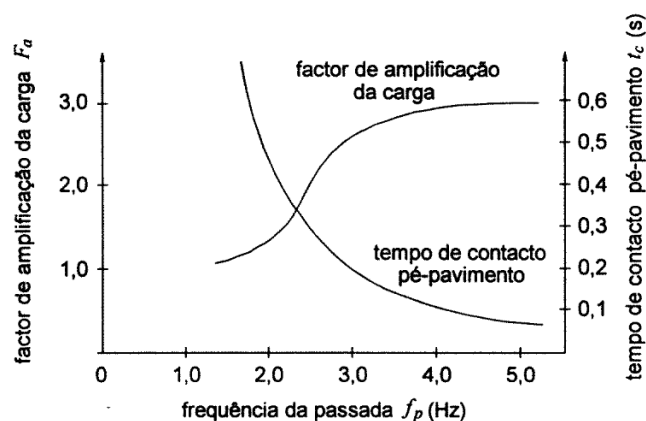


Figura 2.5: Relação entre o tempo de contacto pé-pavimento, frequência da passada e factor de amplificação da carga [38]

A frequência da passada depende de inúmeros factores como a idade, sexo e a densidade pedonal. É possível encontrar na literatura vários autores que tentam definir os seus valores característicos, entre eles Kerr e Bishop [33], que estabeleceram uma frequência média de andamento normal de 1.9 Hz. No entanto, os ensaios apenas contemplaram uma amostra de 40 peões. Num estudo estatístico levado a cabo por Matsumoto *et al.* [36], mediu-se a frequência do andamento normal, através de ensaios com uma amostra de 505 pessoas, que permitiram concluir que as frequências seguiam uma distribuição normal, com uma frequência média de 2.0 Hz e um desvio padrão de 0.173 Hz.

Wheeler estudou também os valores usuais para o comprimento da passada e a velocidade do movimento, para além da frequência da passada. Estes relacionam-se com a frequência



da passada através da Equação 2.1. Na Tabela 2.1 apresentam-se os valores típicos descritos por este autor.

$$l_p = \frac{v_p}{f_p} \quad (2.1)$$

Tabela 2.1: Frequência, velocidade e comprimento da passada segundo Wheeler [38]

Tipo de andamento	$f_p$ [Hz]	$v_p$ [m/s]	$l_p$ [m]
Andamento lento	~1.7	~1.1	~0.65
Andamento normal	~2.0	~1.5	~0.75
Andamento rápido	~2.3	~2.2	~0.96
Corrida lenta	~2.5	~3.3	~1.32
Corrida rápida	>3.2	~5.5	>1.72

### 2.1.2 Modelação da acção pedonal individual

De modo a efectuar uma análise dinâmica da estrutura, é necessário um modelo matemático que defina analiticamente os carregamentos anteriormente caracterizados. Na literatura é possível encontrar diversos modelos propostos, uns aplicados no domínio do tempo, onde é conhecida a lei da variação da força, e outros, embora menos comuns, no domínio da frequência, em que as forças são representadas a partir de espectros de resposta [55].

No domínio do tempo, é assumido que ambos os pés produzem a mesma força, e que essa força é periódica. Neste tipo de modelos existem dois tipos de modelos: determinísticos, em que a lei da variação da força para cada actividade é conhecida, assumindo uma função periódica, e modelos estocásticos, em que os diversos parâmetros que influenciam a carga pedonal (frequência da passada, peso do peão, etc.) são considerados variáveis, sendo definidos através das suas funções de distribuição de probabilidade.

O modelo determinístico será o abordado neste trabalho. É bem conhecido na literatura que a força exercida por um peão pode ser representada através de uma série de Fourier [8]:

$$F_p(t) = G + \alpha_1 G \sin(2\pi f t) + \sum_{i=2}^n \alpha_i G \sin(2\pi i f t - \varphi_i) \quad (2.2)$$

em que:

$G$  – Peso do peão (700 N);

$\alpha_i$  – Coeficiente de Fourier (ou factor de carga dinâmico) da  $i$ -ésima harmónica;

$f$  – Frequência da força;

$\varphi_i$  – Ângulo de fase da  $i$ -ésima harmónica;

$n$  – Número total de harmónicas consideradas.

Note-se que, para cada componente da força (vertical, lateral e longitudinal), é definida uma função de carga. No caso das componentes horizontais, a parcela estática (correspondendo ao peso do peão  $G$ ) não é considerada. Em relação à componente lateral, a frequência será igual a  $f_p/2$ , pois a frequência da força lateral é metade da frequência da passada, como visto anteriormente. Nos restantes casos, a frequência é igual a  $f_p$ . Em relação ao ângulo de fase, Bachmann propõe um valor aproximado de  $\varphi_2 = \varphi_3 = \pi/2$  [8].

Na Figura 2.6 é apresentada a contribuição de cada harmónica, no caso da componente vertical. Por definição, à medida que se aumenta o  $n^\circ$  da harmónica, a sua frequência vai duplicando de valor.

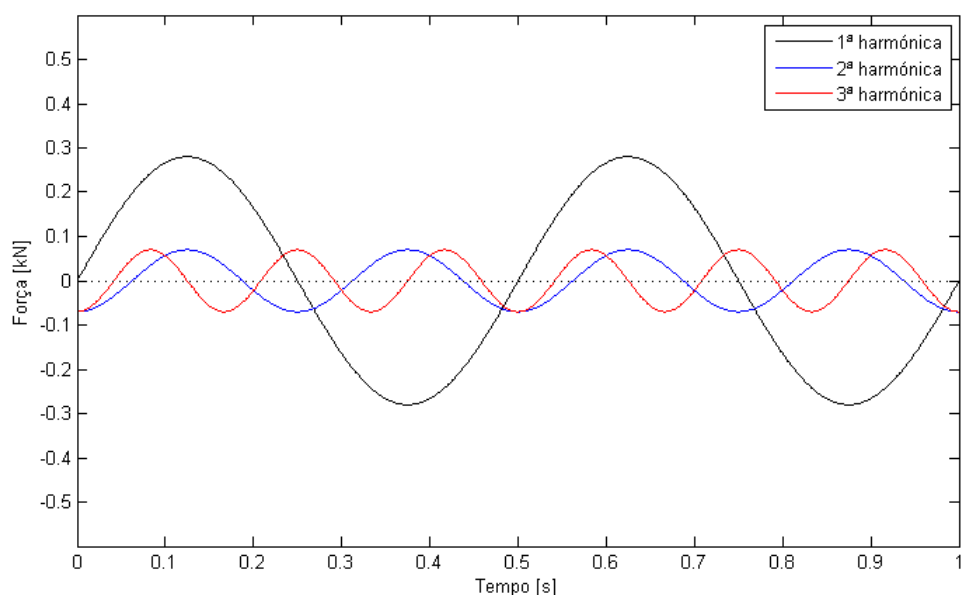


Figura 2.6: Contribuição das 3 primeiras harmónicas para a componente vertical, para um andamento normal ( $f_p = 2$  Hz)

Muitos autores têm tentado quantificar os factores de carga dinâmicos associados às várias harmónicas. Contudo, apenas alguns deles têm apresentado resultados para a direcção lateral [49]. Na Tabela 2.2 apresentam-se os valores apresentados por várias fontes, para um movimento correspondente ao andamento normal de 2 Hz.

As funções de carga resultantes, tendo como base a decomposição de Fourier, estão representadas nas Figuras 2.7 e 2.8, para as componentes vertical e lateral respectivamente, onde é possível observar a evolução da função à medida que mais harmónicas são consideradas. Verifica-se que, para a componente vertical, só a partir da 3ª harmónica se obtêm os dois picos característicos da função de carga pedonal. Note-se que as duas funções apresentadas correspondem a um andamento normal com frequência de 2 Hz. No caso da componente lateral, a frequência da função assume assim um valor de 1 Hz.

Tabela 2.2: Factores de carga dinâmicos segundo várias fontes

Fonte	Factor de carga dinâmico	Direcção
Blanchard <i>et al.</i> [10]	$\alpha_1 = 0.257$	Vertical
Bachmann <i>et al.</i> [8]	$\alpha_1 = 0.4 \quad \alpha_2 = 0.1 \quad \alpha_3 = 0.1$	Vertical
	$\alpha_1 = \alpha_3 = 0.1 \quad \alpha_2 = 0.01$	Lateral
Young [54]	$\alpha_1 = 0.37(f - 0.95) \leq 0.5$	Vertical
	$\alpha_2 = 0.054 + 0.0044f$	Vertical
	$\alpha_3 = 0.026 + 0.0050f$	Vertical
Sétra Guidelines [43]	$\alpha_1 = 0.4 \quad \alpha_2 = 0.1 \quad \alpha_3 = 0.1$	Vertical
	$\alpha_1 = 0.05$	Lateral
FIB Bulletin 32 [22]	$\alpha_1 = 0.05 \quad \alpha_2 = 0.01 \quad \alpha_3 = 0.05$	Lateral

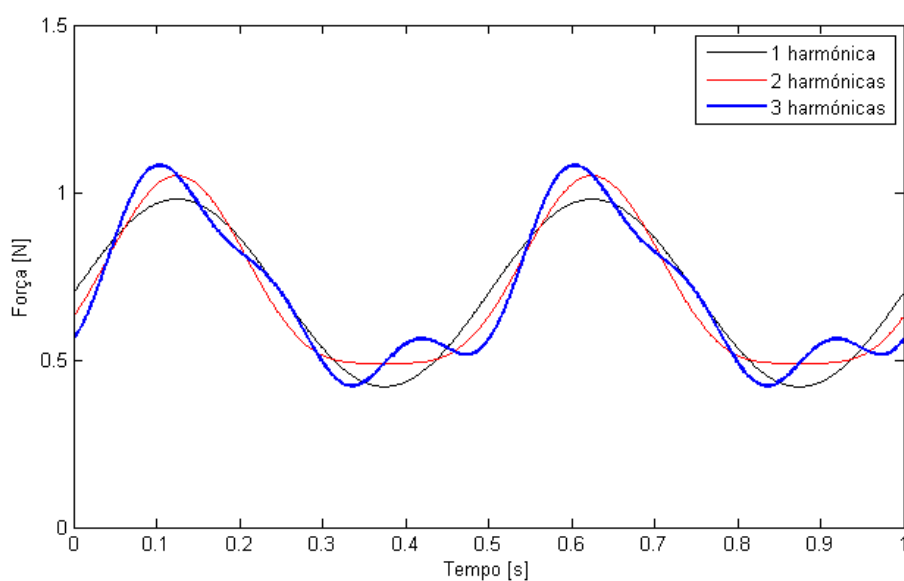


Figura 2.7: Contribuição até às 3 primeiras harmónicas para a componente vertical, para um andamento normal ( $f = 2$  Hz)

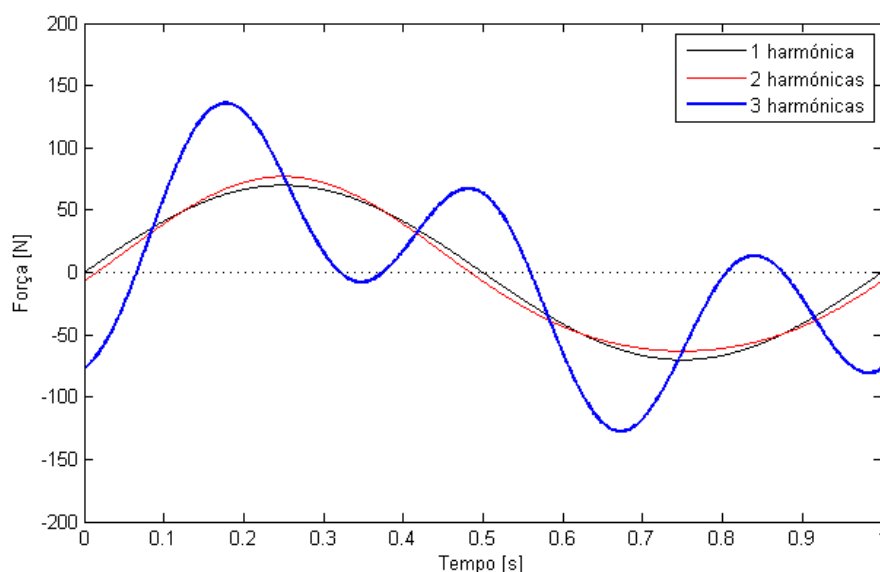


Figura 2.8: Contribuição até às 3 primeiras harmónicas para a componente lateral, para um andamento normal ( $f = 1$  Hz)

### 2.1.3 Comportamento de multidões

Como foi mencionado anteriormente, outro dos aspectos a ter em conta no estudo das acções pedonais é a influência do número de pessoas presentes no tabuleiro, num dado momento. A acção dos peões é condicionada pelo espaço disponível entre cada indivíduo. Se estiver presente um número reduzido de peões na ponte, cada pessoa irá deslocar-se livremente, não tendo de alterar o seu movimento para evitar chocar contra outros peões. Por outro lado, se se verificar um elevado número de peões, cada indivíduo irá alterar o seu comportamento devido à redução do espaço disponível entre eles. Com o aumento da densidade dos peões, estes têm tendência a adquirir o mesmo movimento entre si. Este comportamento deve-se à tentativa do peão evitar o contacto com os pés de outros peões, na direcção longitudinal, e o contacto com os ombros, na direcção lateral [49]. Deste modo, ocorre uma sincronização gradual entre as frequências de passada dos pedestres. A este fenómeno dá-se o nome de sincronização peão-peão. É por isso que em muitos dos modelos encontrados na literatura que simulam a acção de multidões, a força total aplicada pela multidão corresponde à força da acção individual de um único peão multiplicada por um factor de sincronização [36, 43]. Outro aspecto importante é a sincronização peão-estrutura, que ocorre quando o peão adapta o seu andamento ao movimento da estrutura.

#### Sincronização vertical

O ser humano é mais tolerante a vibrações verticais do que a vibrações laterais [49]. Segundo Bachmann, é necessário um deslocamento vertical de pelo menos 10 mm para que o peão sinta algum grau de desconforto [55]. Para além disso, a incapacidade de um

peão em adaptar o seu movimento a uma oscilação vertical faz com que a amplitude da vibração diminua, isto é, na direcção vertical, o peão actua como uma espécie de amortecedor. Isto faz com que a sincronização peão-estrutura na direcção vertical seja improvável, embora já tenha sido observado por alguns autores [11, 52].

### Sincronização lateral

Quando as vibrações laterais na estrutura são perceptíveis, pode ocorrer a interacção entre o peão e a estrutura. Sendo mais sensível às vibrações horizontais, o peão instinctivamente adapta o seu movimento às vibrações da estrutura, levando à sincronização peão-estrutura. De facto, devido à tentativa de manter o equilíbrio corporal, o peão inconscientemente adapta a sua frequência lateral à frequência natural lateral da estrutura. Este fenómeno, também designado por efeito *lock-in*, está representado esquematicamente na Figura 2.9. Se o movimento lateral do tronco tiver a mesma frequência e em fase com a velocidade lateral do tabuleiro, o trabalho produzido pela força lateral que o pé aplica no tabuleiro é sempre positivo. Deste modo, o peão fornece energia positiva ao sistema, fazendo com que as vibrações se amplifiquem. Como consequência, os peões passam a caminhar com as pernas mais afastadas, para manter o equilíbrio, e o movimento lateral do corpo aumenta, o que por sua vez faz aumentar a força lateral. A este mecanismo de auto-excitação dá-se o nome de excitação lateral sincronizada. Este fenómeno aumenta de intensidade caso o peão caminhe em multidões densas, pois a sincronização peão-peão pode desencadear ou aumentar os efeitos da sincronização peão-estrutura. Até agora, este fenómeno nunca levou a um colapso estrutural, pois quando as vibrações excedem um certo valor, os peões param de caminhar, ou a ponte é interdita temporariamente ao público, fazendo com que as vibrações diminuam [49].

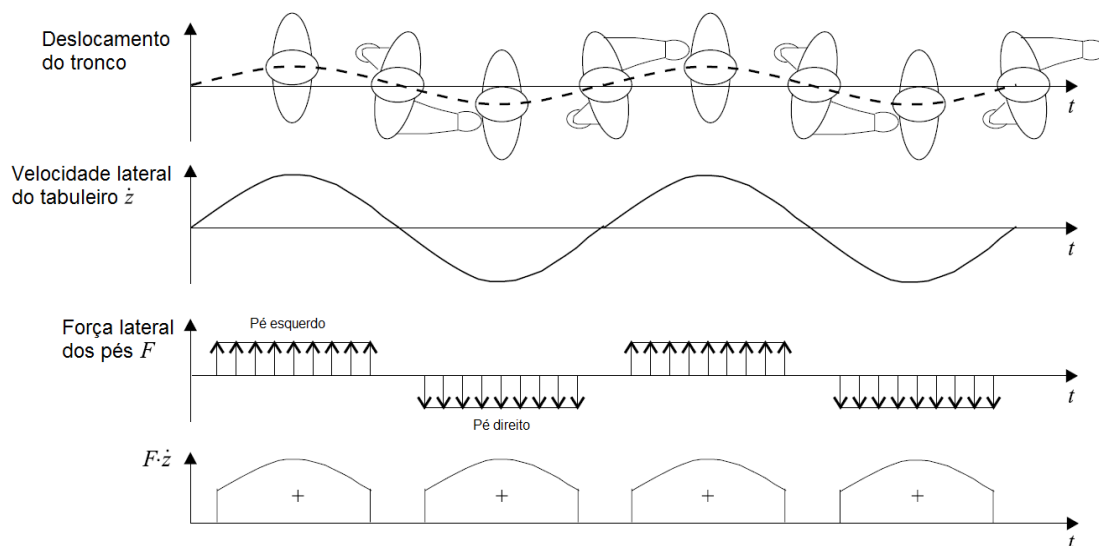


Figura 2.9: Representação da sincronização peão-estrutura [49]

Os fenómenos de sincronização ainda não estão totalmente compreendidos, e os estudos sobre esta temática têm-se multiplicado nos últimos anos, desde o caso da ponte

*Millennium*, mencionado no Capítulo 1. Uma primeira tentativa de impedir o efeito *lock-in* consiste em evitar frequências naturais da ponte semelhantes às frequências típicas do movimento pedonal. Assim, surge o conceito de uma gama de frequências a ser evitada, aquando da fase de concepção da estrutura [43].

### 2.1.4 Quantificação de cargas pedonais devidas a multidões

A acção de multidões é ainda um fenómeno difícil de prever e modelar, devido ao seu carácter complexo. No entanto, nos últimos anos surgiram vários métodos simplificados que permitem obter uma estimativa das acelerações máximas induzidas pela acção de multidões. Uma das primeiras abordagens a este problema surgiu em 1978, por Matsumoto [36], que definiu uma constante à qual multiplica o carregamento induzido por um único peão. Matsumoto considerou que os peões chegam à ponte assumindo uma distribuição de Poisson, ao passo que o ângulo de fase segue uma distribuição aleatória. Foi então definida a constante dada por:

$$m = \sqrt{\lambda T} \quad (2.3)$$

em que  $\lambda$  corresponde ao número de pessoas que chegam à ponte, por segundo, e  $T$  é o tempo necessário para atravessá-la, em segundos. O produto  $\lambda T$  corresponde ao número de peões  $N$  presentes na ponte num dado instante. Assim, a constante  $m$  representa, basicamente, o número de peões que estão sincronizados, de todos os peões  $N$  presentes na ponte.

O modelo proposto por Matsumoto não entra em consideração com a interacção peão-estrutura, não sendo portanto adequado para simular tráfego pedonal intenso, onde o grau de sincronização é maior. Para além disso, Matsumoto apenas incide sobre as vibrações verticais [55].

Face às limitações existentes, o Sétra (*Service d'Études techniques de routes et autoroutes*) propôs uma nova metodologia em 2006, com base na interpretação de resultados obtidos em ensaios realizados na ponte pedonal Solférino e em ensaios de laboratório com recurso a uma plataforma experimental [43].

O guia técnico para pontes pedonais do Sétra [43] propõe uma metodologia para ter em conta os efeitos provocados por multidões em pontes pedonais. A ideia chave é multiplicar a acção harmónica de um peão por um determinado factor, em semelhança ao modelo de Matsumoto, de modo a obter o carregamento de uma multidão sincronizada, que é então aplicado no modelo de EF, de modo a obterem-se as acelerações resultantes. Neste método, as frequências naturais deverão ser determinadas para dois tipos de casos: assumindo o tabuleiro vazio, e carregado estaticamente pela multidão, em toda a sua área, uma vez que as pontes pedonais são em geral estruturas leves e a massa da multidão corresponde a uma parcela significativa da massa total da ponte, o que leva à diminuição das respectivas frequências naturais.

O modelo do Sétra tem em conta o nível de tráfego actuante na estrutura, uma vez que para densidades pedonais reduzidas, a liberdade de movimento do peão não é restringida, ao passo que para densidades elevadas, essa liberdade diminui, fazendo com que muitos peões comecem a caminhar a um ritmo igual, dando-se assim a sua sincronização. Daí é possível que se gere o chamado efeito *lock-in*, quando os peões adquirem um andamento com uma frequência igual à frequência da estrutura, havendo possibilidade de ressonância. Assim, quando maior o tráfego pedonal, maior será o número de peões sincronizados. Tendo isto em conta, o modelo do Sétra define quatro classes, em função do nível de tráfego pedonal:

- Classe IV: Ponte raramente utilizada, em zona de densidade populacional reduzida;
- Classe III: Ponte com utilização normal, podendo ocasionalmente ser atravessada por multidões mas nunca em toda a área do pavimento;
- Classe II: ponte localizada em meio urbano, podendo ser ocasionalmente atravessada por um número elevado pessoas em toda a área do pavimento;
- Classe I: ponte localizada em zona urbana de elevada densidade populacional, sujeita frequentemente a intenso tráfego pedonal.

É definido também o risco de ressonância da estrutura, consoante as suas frequências naturais:

- Gama 1: Risco máximo de ressonância;
- Gama 2: Risco médio de ressonância;
- Gama 3: Baixo risco de ressonância;
- Gama 4: Risco de ressonância negligenciável.

Nas Tabelas 2.3 e 2.4 são indicados os intervalos das frequências correspondentes a cada gama de risco, para as direcções vertical e lateral respectivamente. É possível observar que, para as vibrações verticais, o maior risco de ressonância corresponde a frequências naturais entre os 1.7 Hz e 2.1 Hz. Já para as vibrações laterais, corresponde a frequências entre 0.5 e 1.1 Hz.

Tabela 2.3: Risco de ressonância para vibrações na direcção vertical [43]

Frequência [Hz]	0	1	1.7	2.1	2.6	5
Gama 1						
Gama 2						
Gama 3						
Gama 4						

Tabela 2.4: Risco de ressonância para vibrações na direcção lateral [43]

Frequência [Hz]	0	0.3	0.5	1.1	1.3	2.5
Gama 1						
Gama 2						
Gama 3						
Gama 4						

Definem-se três casos de carregamento pedonal:

- Caso 1: multidão dispersa ou densa;
- Caso 2: multidão muito densa;
- Caso 3: efeito da 2ª harmónica.

Os casos 1 e 2 têm em consideração apenas a contribuição da 1ª harmónica da função de carga pedonal (Equação 2.2), enquanto o caso 3 de carregamento tem em conta as frequências naturais susceptíveis de serem solicitadas pela 2ª harmónica. Dependendo da classe da ponte pedonal e da gama em que as suas frequências naturais se localizam, pela Tabela 2.5 define-se quais os casos de carregamento a serem verificados. Note-se que para pontes de Classe IV, sendo o caso menos gravoso, não é necessário fazer quaisquer verificações de aceleração.

Tabela 2.5: Casos de carregamento a verificar [43]

Classe	Gama das frequências naturais			
	Gama 1	Gama 2	Gama 3	Gama 4
IV	Nulo	Nulo	Nulo	Nulo
III	Caso 1	Nulo	Nulo	Nulo
II	Caso 1	Caso 1	Caso 3	Nulo
I	Caso 2	Caso 2	Caso 3	Nulo

O Sétra define a função geral do carregamento pedonal por unidade de área como:

$$F(t) = \frac{G}{S} \alpha_i N_{eq} \psi \cos(2\pi f t) \quad (2.4)$$

em que:

$G$  – Peso estático de um peão (700 N);

$S$  – Área total do tabuleiro;

$\alpha_i$  – Coeficiente de Fourier associado à  $i$ -ésima harmónica considerada;

$N_{eq}$  – Número equivalente de peões;

$f$  – Frequência natural do modo de vibração em análise.



O carregamento é ainda afectado por um factor de redução  $\psi$ , que tem em conta a incerteza em relação ao facto de a frequência da acção pedonal coincidir com a frequência natural da estrutura. O seu valor é dado pela Figura 2.10, para os casos 1 e 2 de carregamento, e pela Figura 2.11, para o caso 3 de carregamento.

Em relação ao coeficiente de Fourier  $\alpha_i$ , é adoptado um valor de 0,4 para vibrações verticais nos casos 1 e 2 de carregamento (1ª harmónica), e 0,1 para o caso 3 (2ª harmónica). Para vibrações laterais, o coeficiente  $\alpha_i$  toma o valor de 0.05 na 1ª harmónica e 0.01 na 2ª harmónica. O número equivalente de peões  $N_{eq}$  para estruturas de classe II e III é dado pela seguinte expressão:

$$N_{eq} = 10.8 \sqrt{(\xi N)} \quad (2.5)$$

e para estruturas de classe I:

$$N_{eq} = 1.85 \sqrt{N} \quad (2.6)$$

em que  $\xi$  é o coeficiente de amortecimento da estrutura e  $N$  é o número total de peões, que corresponde ao produto entre a área do tabuleiro e a densidade pedonal, que depende da classe da ponte e é dada pela Tabela 2.6.

Tabela 2.6: Densidade pedonal

Classe	$d$ [peões/m <sup>2</sup> ]
III	0.5
II	0.8
I	1

O cálculo de  $N_{eq}$  é distinto, consoante a classe da ponte, uma vez que para as classes II e III, assume-se que os peões estão em fases e frequências aleatórias, ao passo que para a classe I, onde o tráfego pedonal é o mais intenso, os peões têm tendência a adquirir passadas com a mesma frequência, devido à diminuição do espaço disponível entre eles, aumentando assim a sua sincronização. Assim, para a classe I, apenas as fases são consideradas aleatórias.

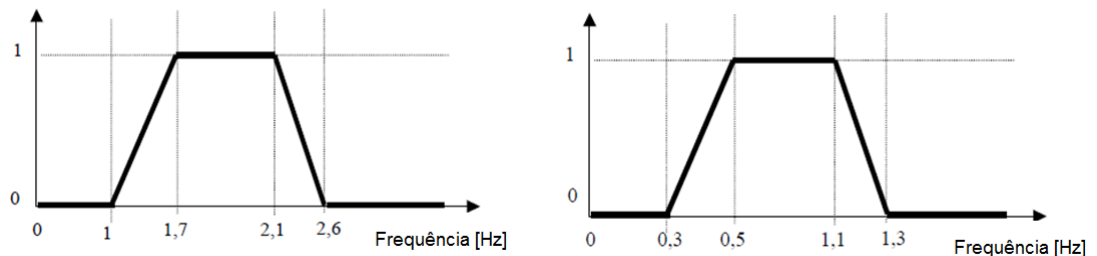


Figura 2.10: Factor de redução  $\psi$  para vibrações verticais (à esquerda) e vibrações laterais (à direita) para casos 1 e 2 [43]

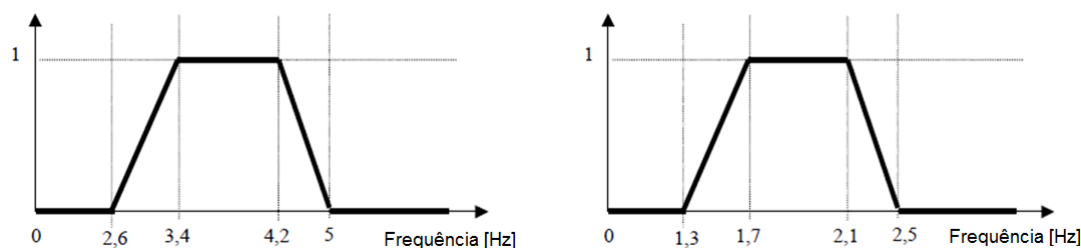


Figura 2.11: Factor de redução  $\psi$  para vibrações verticais (à esquerda) e vibrações laterais (à direita) para o caso 3 [43]

O carregamento definido na Equação 2.4 deverá ter a mesma direcção que o modo de vibração em causa, sendo aplicado com o mesmo sentido da configuração modal, de modo a maximizar o seu efeito [43]. De igual modo, a função deverá ser aplicada até que se verifique a aceleração máxima. Na Figura 2.12 está exemplificada a aplicação do carregamento para um modo de vibração genérico.

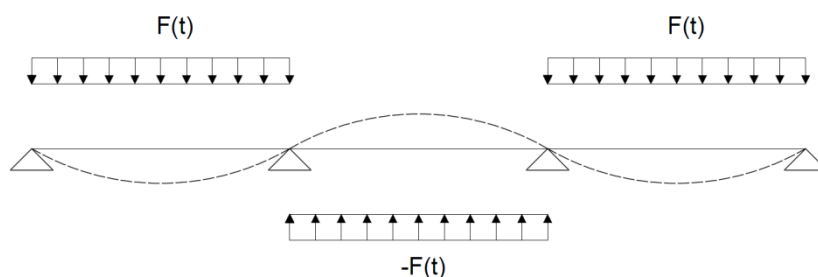


Figura 2.12: Sentido de aplicação das cargas no tabuleiro

Em resumo, os carregamentos a aplicar no tabuleiro, para vibrações verticais, são os indicados na Tabela 2.7, e para vibrações laterais, os indicados na Tabela 2.8.

Tabela 2.7: Carregamentos pedonais a aplicar para vibrações verticais

Função geral	Casos de carregamento	Carga por unidade de área [kN/m <sup>2</sup> ]
$\frac{G_0}{S} \alpha_i N_{eq} \psi \cos(2\pi f t)$	1 e 2	$280/S \cdot N_{eq} \psi \cos(2\pi f t)$
	3	$70/S \cdot N_{eq} \psi \cos(2\pi f t)$

Tabela 2.8: Carregamentos pedonais a aplicar para vibrações laterais

Função geral	Casos de carregamento	Carga por unidade de área [kN/m <sup>2</sup> ]
$\frac{G_0}{S} \alpha_i N_{eq} \psi \cos(2\pi f t)$	1 e 2	$35/S \cdot N_{eq} \psi \cos(2\pi f t)$
	3	$7/S \cdot N_{eq} \psi \cos(2\pi f t)$

## 2.2 Estado limite de serviço de vibração

A acção dinâmica pedonal resulta em vibrações, que por sua vez são sentidas pelos peões. Os seres humanos são bastantes sensíveis a vibrações [53], daí ser de extrema importância estabelecer certos critérios, de modo a garantir o conforto dos utilizados da ponte, bem como a evitar fenómenos de ressonância. Para tal, são definidos dois tipos de critérios: critérios de frequência, que estabelecem gamas críticas de frequências naturais a serem evitadas, e critérios de aceleração, que definem limites máximos admissíveis para a aceleração.

### 2.2.1 Critérios de frequência

Os critérios de frequência definem as gamas de frequência associadas a um risco elevado de ressonância. Na Tabela 2.9 estão expostas as gamas a serem evitadas no caso de vibrações nas direcções vertical e horizontal, de acordo com as normas. Caso as frequências naturais não incidam nestas gamas, as normas referem que não é necessário nenhuma análise dinâmica adicional [22].

Tabela 2.9: Frequências críticas para as diferentes normas

Norma	Frequências críticas [Hz]	
	Direcção vertical	Direcção horizontal
American Guide Specification [1]	< 3	-
Eurocódigo 2 [15]	1.6 - 2.4	0.8 - 1.2
Eurocódigo 5 [16]	< 5	< 2.5
BD 37/01 [3]	< 5	< 1.5
ISO 10137 [32]	1.7 - 2.3	-
SIA 260 [44]	1.6 – 4.5	< 1.3 (lateral)
Norma Japonesa (1979) [23]	1.5 - 2.3	-

### 2.2.2 Critérios de aceleração

Caso as frequências naturais da ponte recaiam nas gamas críticas mencionadas anteriormente, as normas recomendam uma análise dinâmica para verificação das acelerações. Na Tabela 2.10 estão indicados os limites máximos definidos por algumas normas, em que  $f_{1v}$  é a frequência natural do primeiro modo de vibração.

Tabela 2.10: Critérios de aceleração para as várias normas

Norma	$a_{adm}$ [m/s <sup>2</sup> ]	
	Direcção vertical	Direcção horizontal
Eurocódigo 0 [14]	0.7	0.2 (0.4 para multidões)
Norma Britânica BS 5400 [12]	$0.5\sqrt{f_{1v}}$	-
Norma Canadiana ONT 83 [47]	$0.25\sqrt{f_{1v}^{0.78}}$	-

Na Figura 2.13 é apresentada uma comparação gráfica entre as normas apresentadas, para a direcção vertical. Constatase que a norma canadiana é aquela que apresenta valores mais conservativos, para frequências naturais inferiores a aproximadamente 4 Hz. Repare-se que, para uma frequência de 2 Hz, que corresponde à frequência média do andamento pedonal, a norma britânica apresenta um valor de 0.7 m/s<sup>2</sup>, que é o valor indicado pelo Eurocódigo 0.

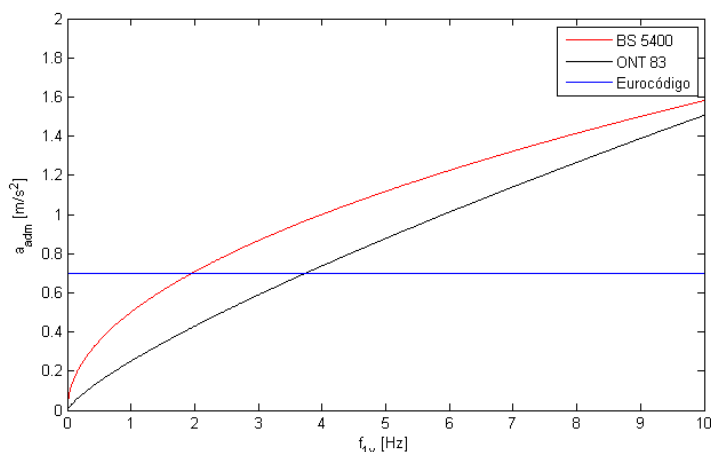


Figura 2.13: Comparação entre as acelerações máximas admissíveis de cada norma, para a direcção vertical

O Sétra [43] define ainda limites de aceleração em função do grau de conforto pedonal, como apresentado na Tabela 2.11. Cabe ao dono de obra escolher o nível de conforto que é necessário verificar, tendo em conta as características da população que a irá utilizar e o grau de importância da estrutura. Em casos onde seja fundamental evitar efeitos de *lock-in*, a aceleração horizontal deve ser limitada a 0.1 m/s<sup>2</sup>, independentemente do grau de conforto escolhido.

Tabela 2.11: Acelerações máximas admissíveis segundo o Sétra

Grau de conforto	$a_{adm}$ [m/s <sup>2</sup> ]	
	Direcção vertical	Direcção horizontal
Máximo	0.5	0.15
Médio	1	0.3
Mínimo	2.5	0.8

## Capítulo 3

# Caso de estudo – Modelação preliminar

No presente capítulo é feita a descrição do passadiço em estudo, bem como o processo de modelação preliminar da estrutura, através de um modelo de elementos finitos, recorrendo ao programa SAP2000.

### 3.1 Apresentação da estrutura

O passadiço pedonal em estudo situa-se no Monte de Caparica, no Concelho de Almada, sobre a estrada N377-1. Este passadiço faz a ligação entre o *campus* universitário da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa e o Madan Parque, tendo sido inaugurado em 2010. O tráfego habitual é constituído por estudantes que fazem a travessia entre o *campus* e o bairro residencial adjacente. O passadiço pedonal é apresentado na Figura 3.1.

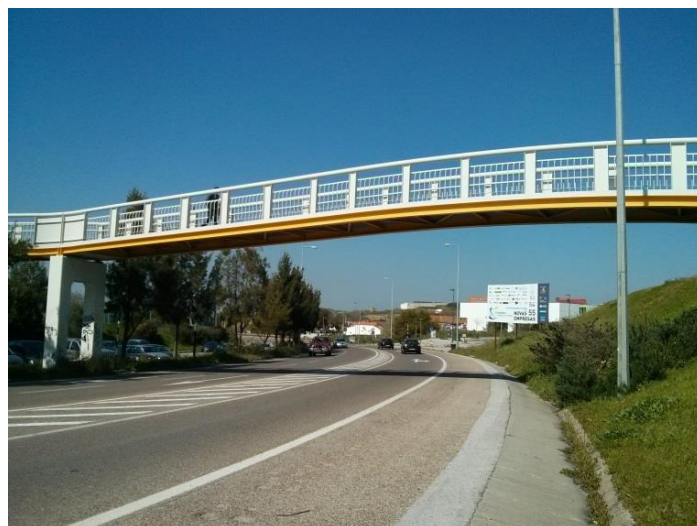


Figura 3.1: Vista sul do passadiço pedonal FCT-UNL – Madan Parque

## 3.2 Caracterização da estrutura

O passadiço é uma estrutura mista de aço e betão, baseado numa solução estrutural do tipo viga Vierendeel [24], integrada nas guardas de protecção. Este tipo de viga tem como particularidade o facto de ser constituída por malhas fechadas rectangulares e ligações rígidas, como se vê na Figura 3.2. As barras horizontais designam-se por cordas e as barras verticais por montantes. Deste modo, as guardas de protecção constituem também elementos resistentes da estrutura.

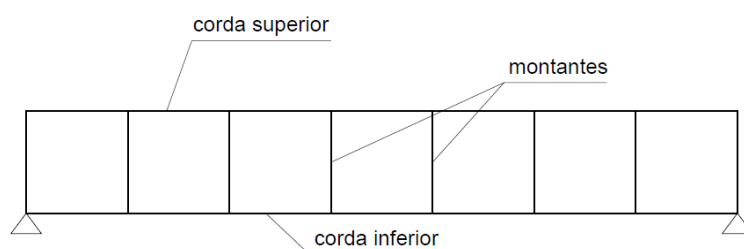


Figura 3.2: Modelo genérico da viga Vierendeel

### 3.2.1 Tabuleiro

O tabuleiro do passadiço tem uma largura de 2.5 m e é constituído por três vãos, conforme indicado na Figura 3.3. O primeiro troço (junto à FCT-UNL) tem um comprimento de 12,68 metros, o troço intermédio 24,19 metros e o terceiro (junto ao Madan Parque) vence 28,05 metros. Cada um dos troços desenvolve-se segundo directrizes distintas, sendo que o ângulo entre o segundo vão e o primeiro vão é de  $24,8^\circ$ , e entre o terceiro e o segundo é de  $35,5^\circ$ .

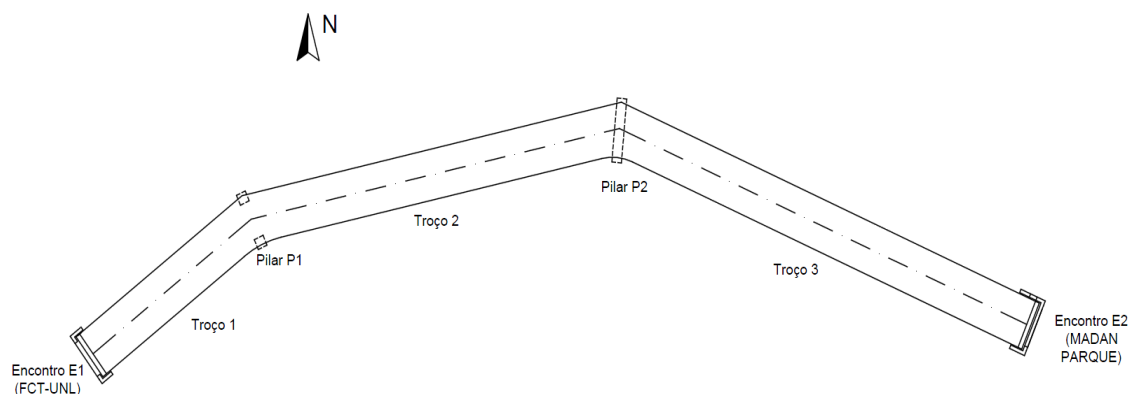


Figura 3.3: Vista em planta do tabuleiro

O desenvolvimento longitudinal do tabuleiro é feito, para os troços 1 e 2, com uma inclinação constante de 6%. O troço 3 é constituído por dois trainéis com inclinação constante de 6% e sentidos opostos, ligados por um trainel cujo perfil longitudinal é uma curva circular, conforme está exposto na Figura 3.4.

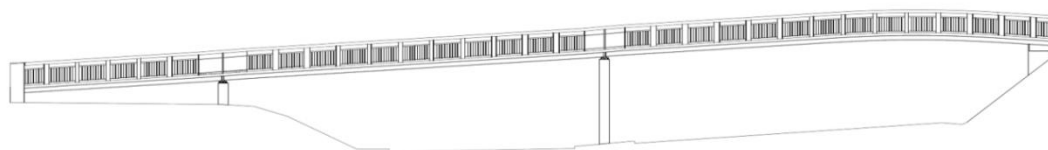


Figura 3.4: Alçado sul planificado do passadiço pedonal [2]

A secção transversal do tabuleiro é constituída por duas vigas Vierendeel laterais, com uma corda inferior em perfil HEA 280, em toda a extensão da ponte e uma corda superior em perfil CHS com 168,3 mm de diâmetro e espessura variável entre 3,6 a 8,0 mm. Os montantes verticais são materializados por perfis do tipo IPE, de dimensão variável, consoante a sua localização e espaçados de 1,80 m a 1,87 m. Nas zonas de mudança de direcção do eixo do tabuleiro (junto aos pilares), as cordas da viga Vierendeel interior desenvolvem-se num segmento curvo. Para assegurar a estabilidade transversal das cordas inferiores, estão presentes diagonais de contraventamento em cantoneira (L80x80x8 e L70x70x7) soldadas às almas das cordas inferiores, bem como travessas perpendiculares às cordas, em perfil IPE de dimensão variável. Na Figura 3.5 é possível observar a estrutura metálica do tabuleiro nas zonas a meio vão.

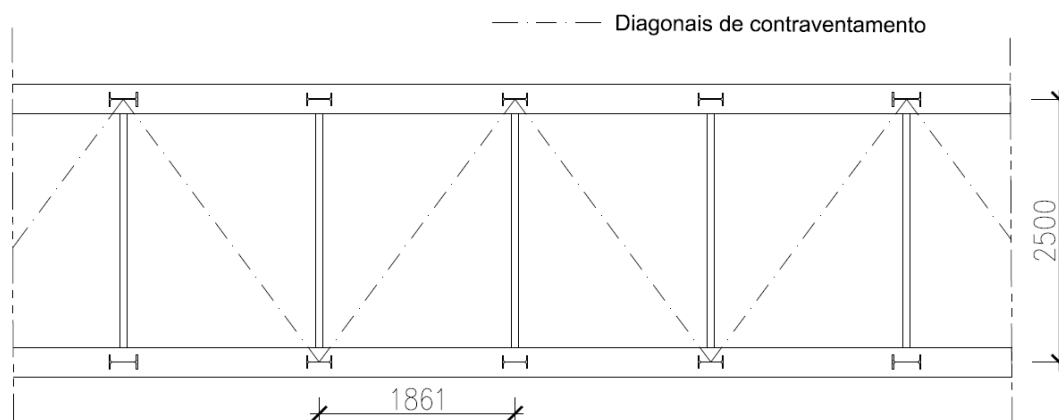


Figura 3.5: Corte em planta da estrutura metálica do tabuleiro nas zonas a meio vão

Nas zonas sobre os pilares, as cordas superiores e montantes são interrompidos, conforme ilustrado na Figura 3.6, uma vez que a mudança de direcção do eixo do tabuleiro provocaria forças de desvio horizontais significativas [2]. Estão presentes ainda chapas metálicas de 6 mm na viga Vierendeel interior. Estas desenvolvem-se com uma ligeira curvatura, conforme ilustrado na Figura 3.7, onde é também possível observar a secção transversal das chapas. Nas extremidades das chapas estão soldados perfis metálicos, de secção rectangular de 170 mm por 12 mm.



Figura 3.6: Descontinuidade na corda superior e montante da viga Vierendeel exterior, junto ao pilar P1

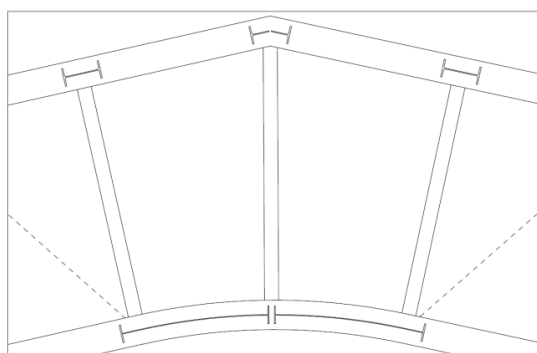


Figura 3.7: Corte em planta da estrutura metálica na zona junto aos pilares [2]

Na maioria da sua extensão, o tabuleiro é composto por uma laje mista, composta por uma chapa colaborante nervurada e uma lâmina de betão de 11 cm de espessura. A chapa assenta sobre as travessas do tabuleiro e é do tipo “HAIRCOL 59S” com 0,75 mm de espessura. As suas nervuras estão orientadas segundo a direcção longitudinal do tabuleiro, conforme ilustrado na Figura 3.8, onde se pode observar o tabuleiro ainda em fase de construção, antes da betonagem da lâmina. A conexão da laje mista à estrutura metálica é feita com conectores  $\varnothing 16 \times 75$  mm, colocados nos banzos superiores das cordas inferiores, como se observa na Figura 3.9.



Figura 3.8: Disposição das nervuras da chapa colaborante (estrutura em fase de construção) [2]



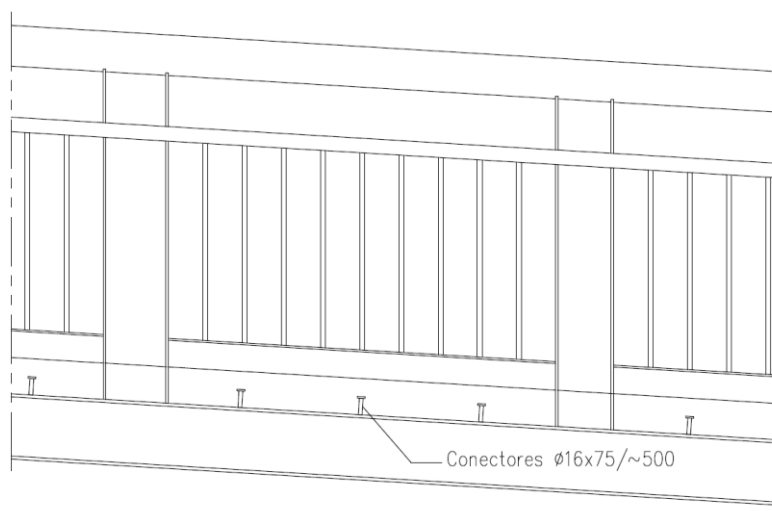


Figura 3.9: Vista longitudinal do tabuleiro na zona a meio vão [2]

Nas zonas junto aos pilares, o pavimento é constituído por uma laje maciça de betão, sendo que a laje tem 38 cm de espessura. A sua ligação à estrutura metálica é feita através de varões transversais de Ø16 mm e Ø10 mm, colocados entre os banzos das cordas inferiores, bem como nas travessas, o que pode ser observado nas Figuras 3.10 e 3.11. Para além disso, são dispostos conectores Ø16x75 mm nos banzos superiores das cordas inferiores, tal como no caso da laje mista.

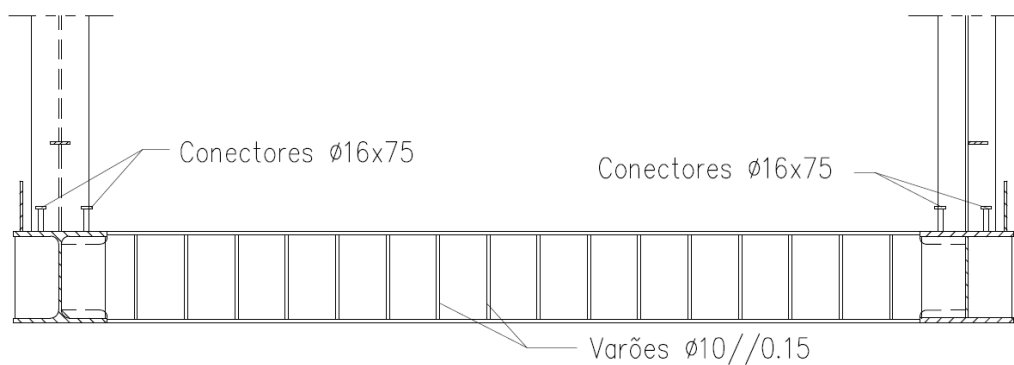


Figura 3.10: Corte transversal da estrutura metálica na zona junto aos pilares [2]

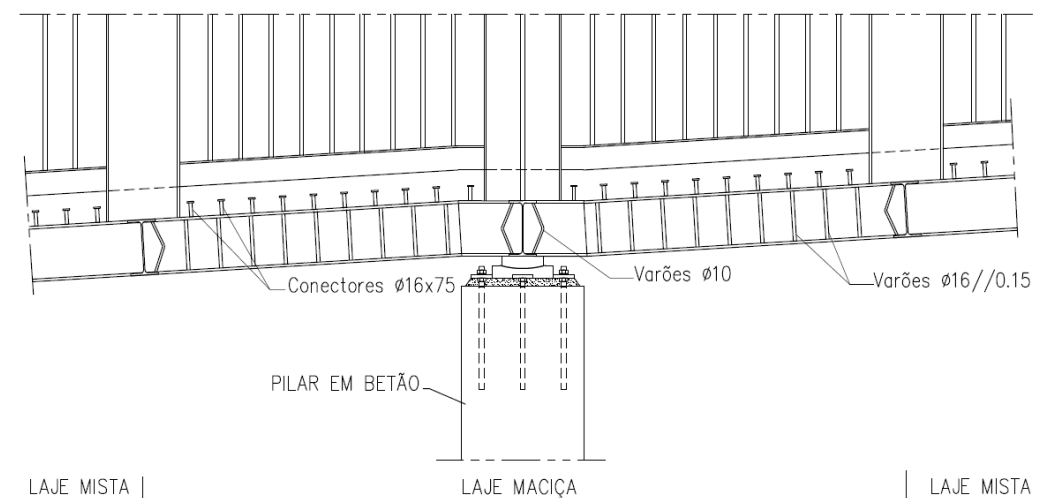


Figura 3.11: Corte longitudinal da estrutura metálica junto ao pilar P1 [2]

### 3.2.2 Pilares

A estrutura possui dois pilares em betão armado, os pilares P1 e P2. O pilar P1 situa-se entre os troços 1 e 2 e é constituído por dois fustes de secção quadrada. O pilar P2 está localizado entre os troços 2 e 3 e, para além de dois fustes, tem ainda duas travessas a ligá-los, uma no topo e outra na base no pilar. Nas Figuras 3.12 e 3.13 estão apresentadas as geometrias de cada pilar bem como as respectivas dimensões.

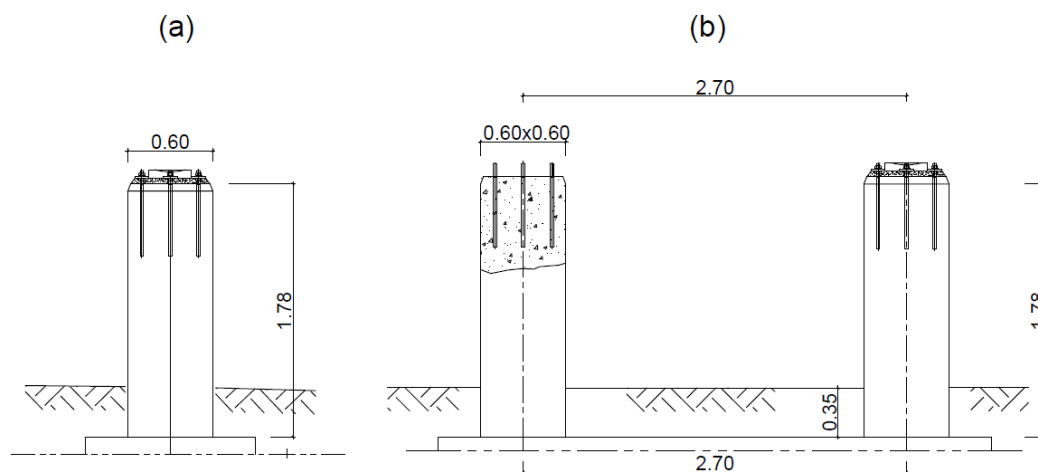


Figura 3.12: Geometria do pilar P1: (a) Alçado longitudinal; (b) Alçado transversal [2]

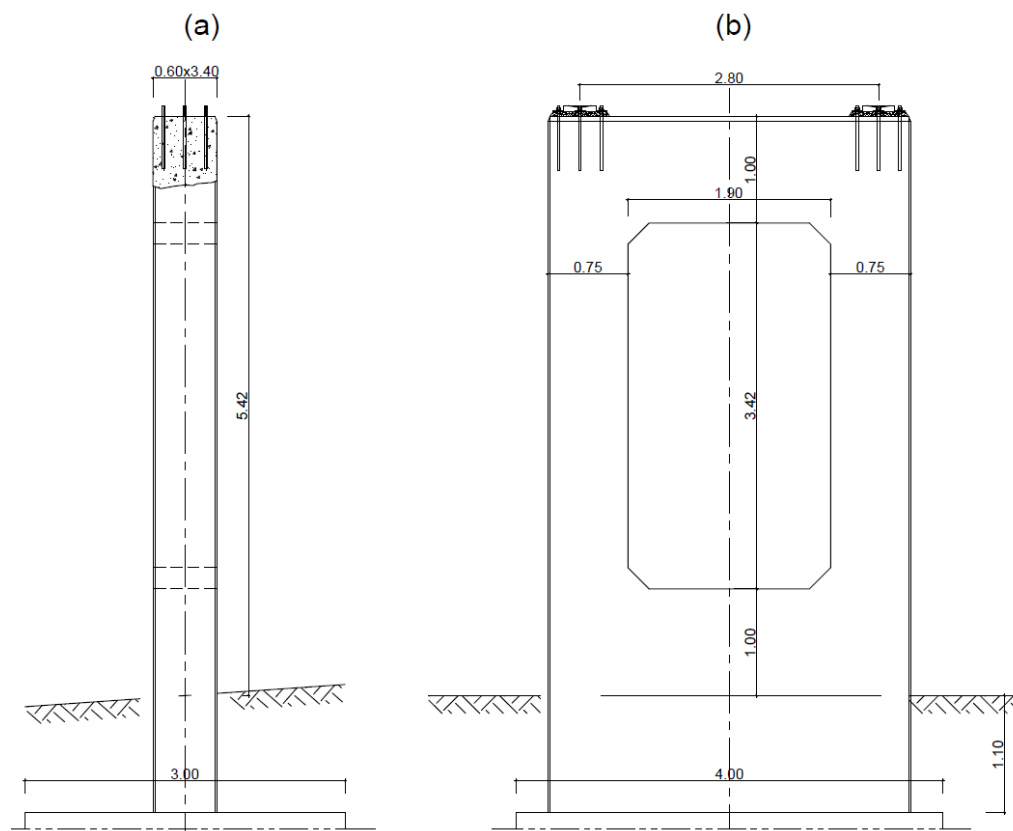


Figura 3.13: Geometria do pilar P2 (a) Alçado longitudinal; (b) Alçado transversal [2]

### 3.2.3 Fundações

As fundações do passadiço são fundações indirectas (à excepção do encontro E1), uma vez que, pelos estudos geotécnicos efectuados em fase de projecto, concluiu-se que o solo superficial tinha baixa resistência e seriam necessárias estacas de modo a atingir solo com resistência superior. Para o encontro E1, foi adoptada uma fundação directa face às menores cargas que lhe estão associadas. O pilar P1 está encastrado num único maciço de encabeçamento, ao qual estão ligadas duas estacas Ø60 cm com, aproximadamente, 15 metros, cujos eixos estão alinhados com os eixos dos fustes do pilar, conforme ilustrado na Figura 3.14.

Em relação ao pilar P2, a transição para as estacas é também feita por um maciço de encabeçamento, sendo que neste caso temos quatro estacas Ø60 cm, de comprimento aproximado de 11 metros, como é possível observar nos pormenores da Figura 3.15. No caso da fundação do encontro E2, esta é constituída por dois maciços de encabeçamento, ligados entre si por duas vigas de fundação, conforme a Figura 3.16. Um deles situa-se directamente sob a viga estribo do encontro e possui duas estacas Ø60 cm com 18 m de comprimento, alinhadas com os eixos dos apoios. O segundo maciço encontra-se na zona traseira do encontro, ao qual está ligada uma estaca Ø60 cm com o mesmo comprimento que as anteriores.

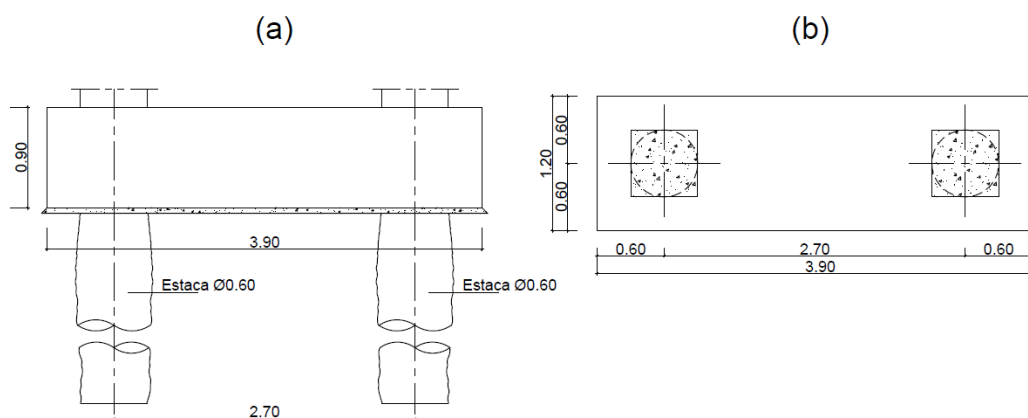


Figura 3.14: Fundação indirecta do pilar P1: (a) Alçado transversal; (b) Vista em planta [2]

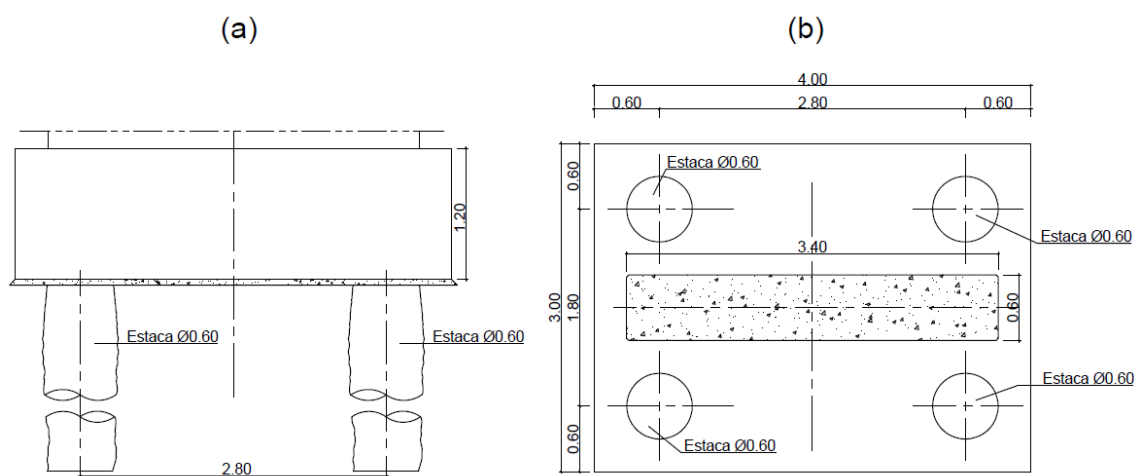


Figura 3.15: Fundação indirecta do pilar P2: (a) Alçado transversal; (b) Vista em planta [2]

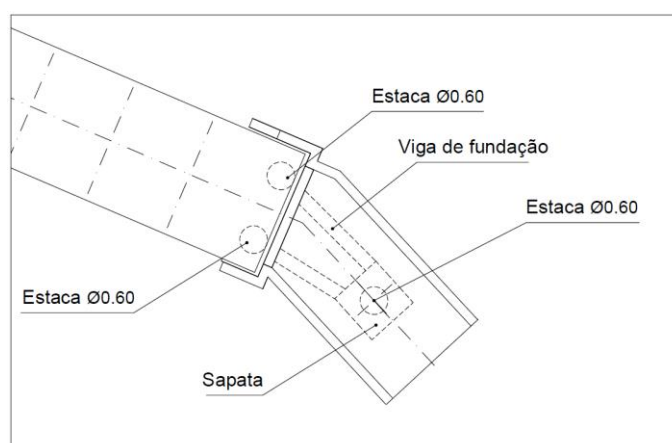


Figura 3.16: Vista em planta da fundação indirecta do encontro E2 [2]

### 3.2.4 Apoios

Na estrutura estão presentes dois tipos de apoio. Nos pilares existem rótulas esféricas que permitem rotação em todas as direcções, restringindo quaisquer translações. Estão presentes na estrutura quatro rótulas esféricas, duas situadas sobre o pilar P1 e duas sobre o pilar P2. A ligação do aparelho de apoio ao pilar é efectuada através de 4 chumbadouros de Ø25 mm, sendo selada com *grout*. Na Figura 3.11 pode-se observar a ligação da rótula esférica ao pilar.

O segundo tipo de apoio trata-se de um apoio do tipo deslizante, que permite translação na direcção longitudinal do tabuleiro, e rotação em torno da direcção transversal. Deste modo, estão restringidas as translações segundo as direcções transversal e vertical, bem como as rotações segundo em torno das direcções longitudinal e vertical. Estes apoios localizam-se nos encontros, dois deles no Encontro E1 e outros dois no encontro E2. O aparelho de apoio é ligado ao encontro através de uma chapa metálica, e 6 chumbadouros de Ø25 mm, sendo a ligação também selada com *grout*, conforme demonstrado na Figura 3.17.

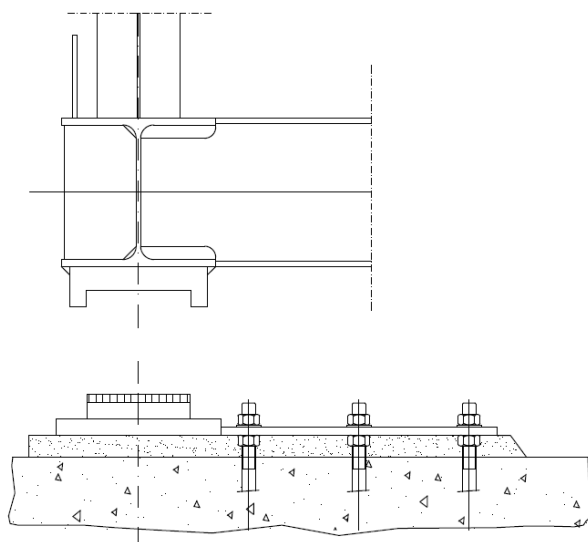


Figura 3.17: Corte transversal junto ao encontro E1 [2]

### 3.2.5 Materiais

Todos os elementos de betão armado da estrutura são constituídos por um betão C25/30, da classe XC2, sendo que, para as armaduras ordinárias, chumbadouros e conectores, foi utilizado aço A500NR. O aço dos perfis e das chapas do tabuleiro corresponde ao S275. Os parafusos são de Classe 8.8, com porcas da classe 8. Foi ainda utilizada uma argamassa de baixa retracção com resistência de  $60 \text{ N/mm}^2$ , para selagem dos intervalos entre as bases das peças metálicas dos apoios e as superfícies superiores dos pilares e encontros, bem como juntas de dilatação nas zonas de transição entre o encontro e o tabuleiro [2].

### 3.3 Modelação em elementos finitos

O passadiço pedonal foi modelado recorrendo ao programa de cálculo estrutural SAP2000, utilizando nós, elementos de barra com 2 nós, elementos planos triangulares com 3 nós e quadrangulares com 4 nós [19]. O modelo de elementos finitos descrito neste capítulo corresponde a um modelo elaborado de acordo com as premissas definidas nos elementos de projecto.

#### 3.3.1 Materiais

Os materiais definidos no modelo foram o betão C25/30 e o aço S275. Na Tabela 3.1 estão apresentadas as propriedades mecânicas de cada um. É de notar que o betão foi definido separadamente para os pilares, laje maciça, laje mista e fundações, de modo a possibilitar uma análise individual para cada tipo de elemento.

Tabela 3.1: Propriedades mecânicas dos materiais definidos no SAP2000

Material	Peso volúmico [kN/m <sup>3</sup> ]	Módulo de elasticidade [GPa]	Coeficiente de Poisson	Tensão de cedência [MPa]
Betão C25/30	25	31	0.2	25
Aço S275	77	210	0.3	275

#### 3.3.2 Fundações

Uma vez que são conhecidos os estudos geotécnicos efectuados em fase de projecto, decidiu-se incluir as fundações no modelo de EF. A análise do relatório geotécnico permitiu caracterizar o solo ao nível das fundações. Tendo como base o Ensaio de Penetração Dinâmica (SPT), concluiu-se que se trata de um solo do período do Miocénico [2].

Uma solicitação horizontal de uma estaca causa deformações no solo, e consequentemente, são geradas forças de reacção que equilibram essas solicitações. Segundo Melo [37], o efeito do solo numa estaca é simulado pela introdução de um conjunto de molas elásticas ao longo do desenvolvimento vertical da estaca, com uma rigidez tal que produza forças similares àquelas que o solo exerce na estaca. A deformação da mola é a razão entre a força exercida por esta e uma constante  $k_s$  (coeficiente de reacção horizontal). Uma vez que o parâmetro  $k_s$  de um dado solo é difícil de determinar a partir de determinações experimentais, surge outra grandeza designada de “módulo de reacção do solo”, que corresponde ao produto entre o coeficiente de reacção horizontal  $k_s$  e o diâmetro da estaca. Baseado em dados empíricos, Melo propõe uma relação entre a tensão vertical efectiva do solo e o módulo de reacção do solo, como está exposto na Figura 3.18, para um solo do Mioceno da região de Lisboa.

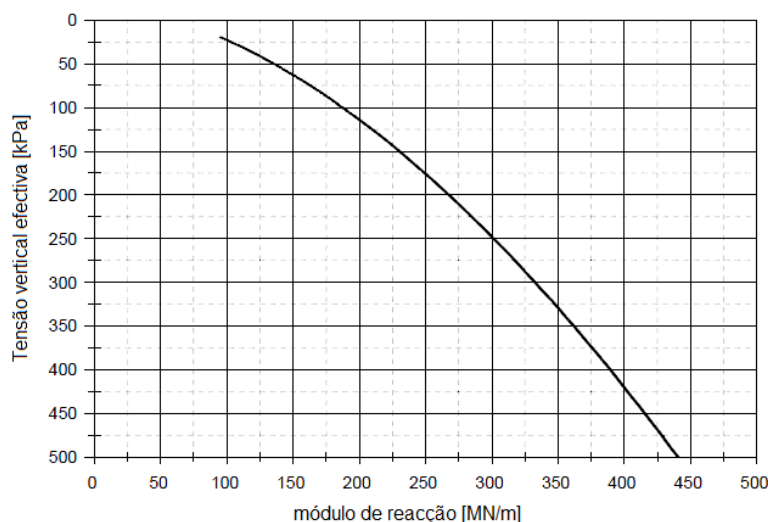


Figura 3.18: Módulo de reacção para formações miocénicas da região de Lisboa [37]

Assim, para modelar correctamente as fundações, é necessário determinar qual a rigidez a atribuir a cada uma das molas. Sabendo a tensão vertical efectiva no ponto em que a mola está aplicada, a rigidez será o produto entre o módulo de reacção obtido no ábaco da Figura 3.18 e a distância entre duas molas consecutivas.

As estacas foram definidas como elementos de barra (*frame*), de secção circular com 60 centímetros de diâmetro. De modo a transmitir as cargas da estrutura para as estacas, modelaram-se também os maciços de encabeçamento. Estes foram assumidos como elementos de área, do tipo *shell – thick*, uma vez que se tratam de elementos com espessuras consideráveis (entre 0,9 a 1,2 metros). Em relação às vigas de fundação do encontro E2, foram modeladas como elementos de barra. A modelação das fundações é apresentada na Figura 3.19.

No que diz respeito ao posicionamento das molas, optou-se por um espaçamento de 1 metro entre cada uma, de modo a simplificar o cálculo das rigidezes associadas. Para tal, dividiu-se cada estaca em elementos de barra de 1 m, de modo a ser possível a aplicação das molas nos nós. Em cada nó foram colocadas duas molas (uma para cada direcção horizontal). Na extremidade inferior da estaca foi colocado um apoio simples. Foi também decidido colocar molas nos nós extremos dos maciços de encabeçamento. A sua rigidez foi calculada com base no valor da tensão vertical efectiva à profundidade da linha média do maciço.

O cálculo das tensões efectivas fez-se com base no perfil longitudinal das fundações [2], onde são indicados o nível freático e a cota em relação à superfície do terreno dos vários elementos. Foi adoptado um solo com peso volúmico  $\gamma_s$  de  $18 \text{ kN/m}^3$ , apresentando-se no anexo B os valores calculados para a tensão vertical efectiva  $\sigma'$  e módulo de reacção  $k$ . Note-se que, uma vez que foi escolhido um espaçamento unitário para a disposição das molas, o valor da rigidez a adoptar será igual ao módulo de reacção  $k$  obtido no ábaco da Figura 3.18.

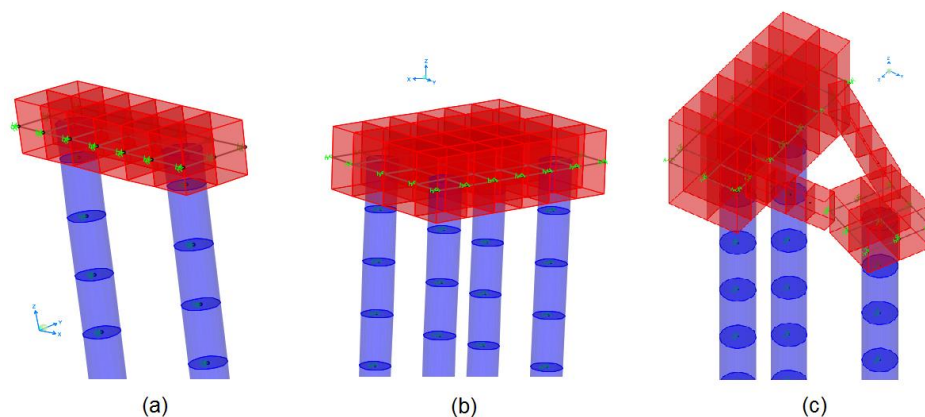


Figura 3.19: Vista tridimensional dos modelos das fundações: (a) pilar P1; (b) pilar P2; (c) encontro E2

### 3.3.3 Pilares

Os pilares foram dimensionados como elementos de barra, de secção rectangular, tendo sido posteriormente divididos em elementos de aproximadamente 0.5m. Na Figura 3.20 são apresentados os modelos para os pilares P1 e P2.

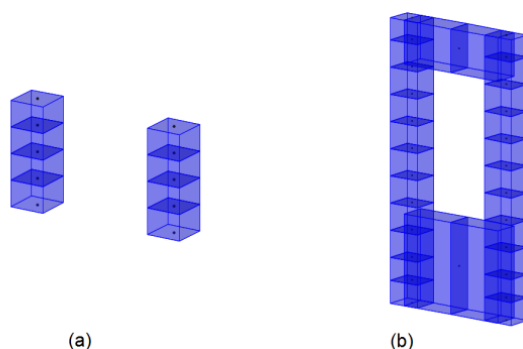


Figura 3.20: Vista tridimensional dos modelos dos pilares: (a) Pilar P1; (b) Pilar P2

### 3.3.4 Tabuleiro

Os elementos constituintes das vigas, as travessas e as diagonais de contraventamento foram considerados como elementos de barra (*frame*). O SAP2000 contém pré-definidas as propriedades dos perfis metálicos normalizados, sendo apenas necessário especificar qual a secção para cada elemento. As chapas metálicas junto aos pilares foram consideradas como elementos de área do tipo *shell-thin*. Os perfis metálicos soldados às extremidades das chapas foram modelados a partir de elementos de barra, com secção rectangular. Na Figura 3.21 é possível observar a descontinuidade presente na zona junto aos pilares. Na modelação dos montantes, há que ter especial atenção à orientação dos seus eixos locais, de modo a estarem posicionados de acordo com as especificações do projecto.



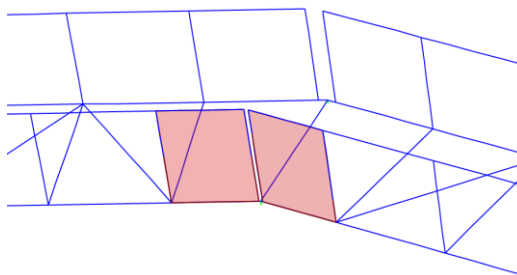


Figura 3.21: Descontinuidade das cordas superiores e montantes junto aos pilares

Como se viu na Secção 3.2.1, no tabuleiro estão presentes dois tipos de laje. Para o caso da laje maciça, esta foi definida como elemento de laje, do tipo *shell-thin*, pelo que é considerada uma laje fina. Uma vez desenhada a laje, foi necessário fazer a compatibilização dos nós da laje com os nós dos restantes elementos modelados, nomeadamente as travessas e os montantes, na zona junto aos pilares, devido à descontinuidade existente nessas zonas. Apresenta-se na Figura 3.22 a malha definida para a laje maciça e para as chapas das guardas, junto ao pilar P1.

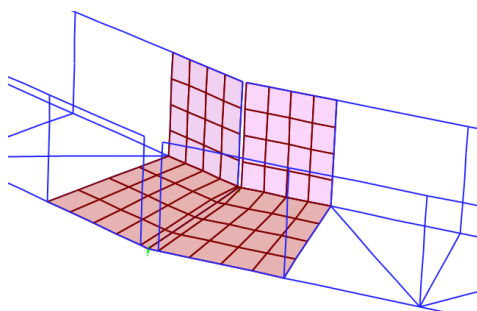


Figura 3.22: Discretização da malha na laje maciça e nas chapas metálicas, junto ao pilar P1

Devido às características complexas da laje mista, decidiu-se modelá-la como elemento de laje do tipo *shell-thin*, assumindo uma secção rectangular equivalente, constituída apenas por betão. Para tal, calculou-se o momento de inércia da secção transversal da lâmina de betão (ilustrada na Figura 3.23), em relação ao seu centróide, obtendo-se um valor de  $15742 \text{ cm}^4$ . Uma vez determinado o momento de inércia, calculou-se a altura da secção equivalente, para uma largura de 2.5 m, obtendo-se assim uma secção equivalente de 9.1 cm de altura.



Figura 3.23: Secção transversal da lâmina de betão

### 3.3.5 Ligações

Como foi descrito na Secção 3.2.4, o tabuleiro apoia nos pilares através de rótulas esféricas e a ligação aos encontros é feita através de apoios deslizantes. Os apoios no encontro E1 foram representados no modelo como *joint restraints*, em que se restringiu os deslocamentos transversal e vertical, e a rotação em torno das direcções longitudinal e vertical, nos dois nós correspondentes aos apoios. A ligação do tabuleiro aos pilares e ao encontro E2 foi feita com recurso a elementos do tipo *link*. Um *link* faz a ligação entre dois nós através de seis molas que correspondem aos seis graus de liberdade (três de translação e três de rotação) [19]. Assim, para os GDL a libertar (especificados na Secção 3.2.4 para cada caso) é necessário introduzir uma rigidez de valor nulo.

### 3.3.6 Modelo final

O modelo preliminar finalizado é exposto na Figura 3.24.

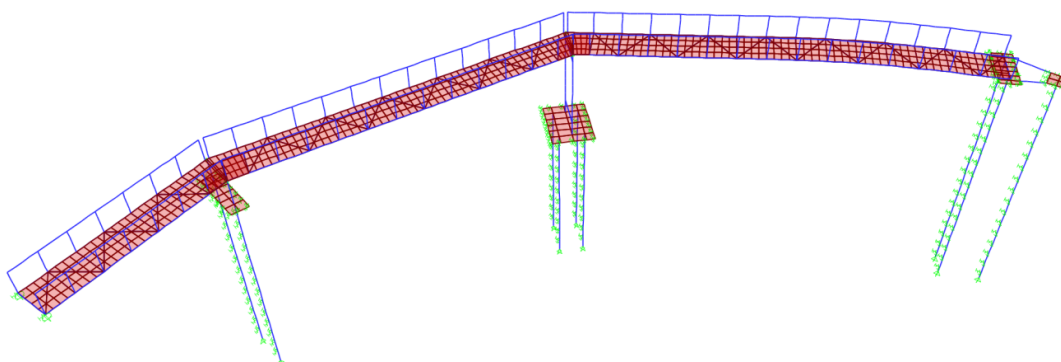


Figura 3.24: Modelo preliminar no programa SAP2000

### 3.3.7 Análise de convergência

Uma vez finalizada a elaboração do modelo, foi realizada uma análise de convergência da solução, de modo a maximizar o rácio qualidade/esforço de cálculo. Para tal, foram analisadas as três primeiras frequências de vibração, obtidas a partir da análise modal no programa. Foram definidas várias discretizações da malha de elementos finitos, em que se aumentou progressivamente o grau de refinamento. As características de cada discretização estão apresentadas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Discretizações da malha de elementos finitos

Discretização	Nº de nós	Nº de barras	Nº de áreas
A	543	509	230
B	828	778	320
C	1568	1316	680
D	3778	2408	2120

Na Tabela 3.3 apresentam-se os valores das frequências para as várias discretizações, bem como o erro em relação à solução da discretização antecedente. É possível notar que, da discretização C para a D, não se registam quaisquer diferenças nos valores das frequências. Deste modo, foi adoptada a discretização C, pois apresenta resultados semelhantes aos da malha mais refinada, com um menor esforço computacional.

Tabela 3.3: Análise de convergência da solução

Discretização	1º Modo		2º Modo		3º Modo	
	Frequência [Hz]	Erro [%]	Frequência [Hz]	Erro [%]	Frequência [Hz]	Erro [%]
A	3.23	-	3.91	-	4.41	-
B	3.24	0.6	3.96	1.3	4.43	0.5
C	3.24	0.0	3.99	0.8	4.44	0.2
D	3.24	0.0	3.99	0.0	4.44	0.0

### 3.3.8 Modos de vibração e frequências próprias

Uma vez estabelecida a malha final, foi feita a análise modal no SAP2000. Nas Figura 3.25 à 3.30 apresentam-se os seis primeiros modos de vibração obtidos, e as respectivas frequências próprias.

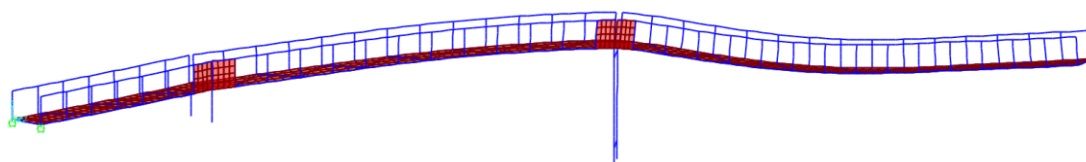


Figura 3.25: 1º Modo vertical do modelo preliminar (3.24 Hz)

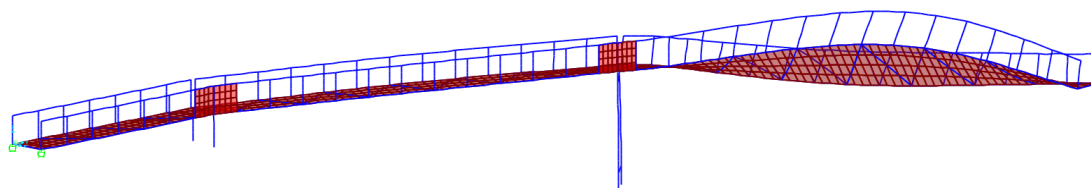


Figura 3.26: 1º Modo de torção do modelo preliminar (3.99 Hz)

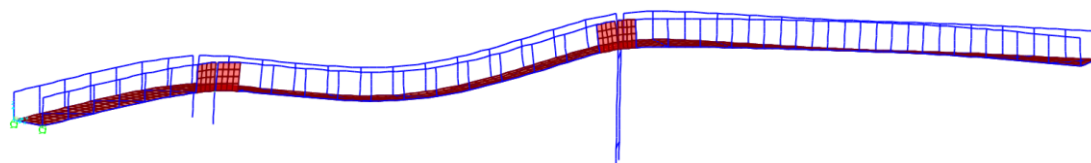


Figura 3.27: 2º Modo vertical do modelo preliminar (4.44 Hz)

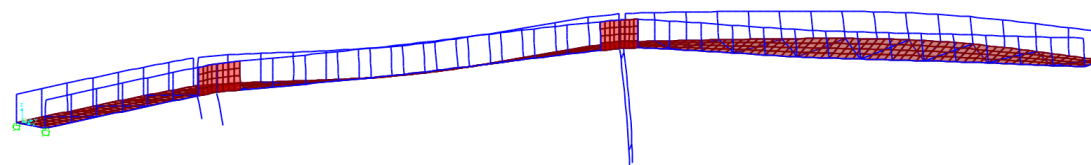


Figura 3.28: 1º Modo longitudinal do modelo preliminar (5.10 Hz)

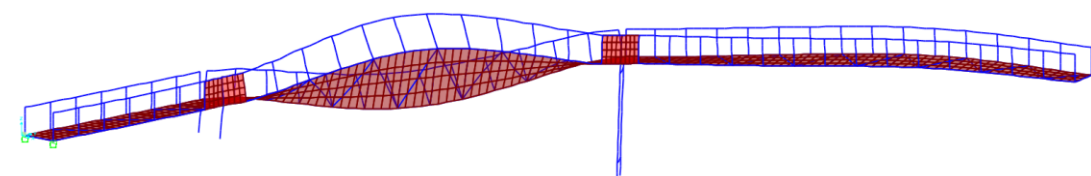


Figura 3.29: 2º Modo de torção do modelo preliminar (6.43 Hz)

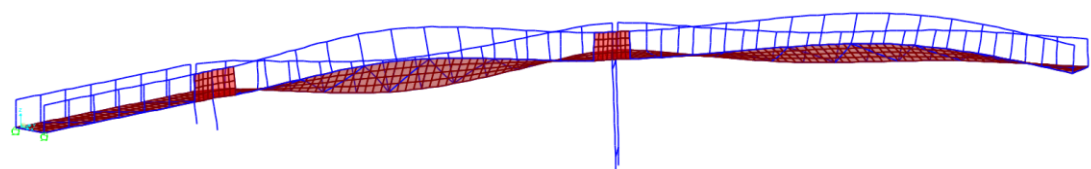


Figura 3.30: 3º Modo de torção do modelo preliminar (7.12 Hz)

## Capítulo 4

# Calibração e validação do modelo de EF

Quando modelado correctamente, o modelo de elementos finitos permite facilmente observar a resposta da estrutura quando sujeita a certos carregamentos, bem como testar diversos sistemas de controlo ou reforço, previamente à sua instalação na estrutura real. No entanto, nem sempre as premissas definidas em projecto são as que se verificam na realidade. Por exemplo, a exposição diária da estrutura a acções ambientais conduz ao desgaste e deterioração dos materiais e ligações, alterando consequentemente as suas propriedades. É neste contexto que surge o presente capítulo, onde é feita a actualização do modelo elaborado no capítulo anterior, com base nos resultados obtidos a partir de medições experimentais.

### 4.1 Aspectos gerais

Uma das práticas para se determinar se o modelo elaborado está em consonância com a realidade, consiste em comparar as propriedades dinâmicas obtidas no modelo de EF com as propriedades reais da estrutura. Estas últimas podem ser conhecidas através de análises de identificação modal, a partir de ensaios experimentais, que permitem estimar as características dinâmicas reais, como as frequências naturais e respectivas configurações modais. Os ensaios experimentais são realizados através da medição da resposta estrutural a acções ambientais, a partir de acelerómetros ou velocímetros, sendo registadas as acelerações, ou velocidades, respectivamente, em função do tempo. É por isso essencial definir a correcta localização dos aparelhos de medição, que deverão ser colocados nos pontos representativos das configurações modais. Tal pode ser feito a partir da observação das configurações modais no modelo de EF inicial. É também a partir do modelo inicial que se obtém uma estimativa inicial da gama de frequências naturais esperadas, o que possibilitará posteriormente a correcta calibração dos equipamentos e a filtração dos resultados experimentais.

Uma vez feitas as medições, procede-se à análise de identificação modal, de modo a se obterem as propriedades dinâmicas pretendidas. Em semelhança à modelação da acção pedonal, existem dois tipos de métodos: o determinístico e o estocástico. Uma vez que nos ensaios realizados se desconhece as características das vibrações, é efectuada uma análise estocástica, onde se assume simplificadaamente que as vibrações são induzidas por

um ruído branco Gaussiano, em que a densidade espectral é constante. Dentro do método estocástico, existem técnicas no domínio da frequência e no domínio do tempo [20].

Os métodos no domínio da frequência, também denominados por métodos não paramétricos, interpretam e relacionam os diversos dados medidos nos vários pontos da estrutura. Estes dados, que estão no domínio do tempo, são convertidos para o domínio da frequência, através de um algoritmo FFT (*Fast Fourier Transform*). Deste modo, são estimadas funções de densidade espectral das respostas estruturais, onde é possível observar as frequências naturais como picos nas referidas funções. Note-se que, para se obterem resultados satisfatórios a partir destes métodos, é necessário que o amortecimento da estrutura seja baixo, e que os modos de vibração tenham frequências suficientemente afastadas entre si [40].

Um dos métodos no domínio da frequência é o FDD (*Frequency Domain Decomposition*). Este método permite obter as frequências próprias e os vectores das componentes modais, aplicando algoritmos de decomposição em SVD (*Singular Value Decomposition*). O algoritmo analisa os espectros SVD, de modo a escolher os picos correspondentes às frequências de ressonância e respectivos modos de vibração, e por fim obter os vectores das componentes modais [40].

O método FDD foi mais tarde aperfeiçoado, de modo a extrair também as estimativas dos coeficientes de amortecimento modais. Nesta última abordagem (EFFD), estas estimativas são obtidas a partir da aplicação da transformada inversa de Fourier, nas funções de densidade espectral, nos espectros SVD. [20].

O método EFDD será o usado no presente trabalho, a partir do *software* de identificação modal ARTeMIS. Neste programa, é possível visualizar graficamente os modos de vibração calculados, possibilitando assim uma fácil comparação visual com os resultados do modelo de EF, permitindo uma verificação inicial da conformidade entre eles. Um método mais rigoroso consiste no cálculo do coeficiente MAC (*Modal Assurance Criterion*), que define o grau de semelhança entre dois modos de vibração [5]:

$$MAC = \frac{(\phi^T \bar{\phi})^2}{(\phi^T \phi)(\bar{\phi}^T \bar{\phi})} \quad (4.1)$$

em que  $\phi$  e  $\bar{\phi}$  correspondem aos vectores modais a comparar. Assim, o coeficiente MAC definido pela Equação 4.1 quantifica o grau de correlação ao nível das deformadas dos modos de vibração. Valores próximos ou iguais a 1 significam uma total semelhança entre os dois modos. Já valores próximos de 0 indicam que os modos são ortogonais. Tendo vários modos de vibração para analisar, é possível construir uma matriz de coeficientes MAC, onde se espera que os valores da diagonal principal sejam o mais próximos possível de 1, e os valores fora da diagonal de 0, para que seja possível a utilização do modelo em análises dinâmicas. Caso tal não se verifique, é necessário proceder à sua actualização, fazendo ajustes em determinados parâmetros, de modo a que o modelo se aproxime o máximo possível à realidade.

O ajustamento do modelo pode ser feito automaticamente através de algoritmos [56], que determinam os parâmetros óptimos que minimizam os erros relativos das frequências e das deformadas. Outra alternativa possível é o ajustamento ser feito de modo manual, que irá ser a abordada neste trabalho. Este método implica escolher e variar separadamente alguns parâmetros que se pensam ser algo incertos, como por exemplo os módulos de elasticidade do betão, ou os valores de rigidez de certos elementos estruturais. Assim, estas análises paramétricas permitem determinar quais os parâmetros que mais condicionam o comportamento dinâmico da estrutura. Uma vez conhecidos esses parâmetros, são feitas diversas combinações de valores para as várias variáveis, e obtidos os modos de vibração e frequências naturais actualizadas. Para cada combinação, é feito o cálculo do coeficiente MAC e dos erros relativos das frequências, até se encontrar a combinação de valores que conduzem aos melhores resultados.

## 4.2 Caracterização dinâmica experimental

Para a caracterização dinâmica experimental, foram realizados vários ensaios de vibração ambiental provocada pelo vento e pelo tráfego pedonal e rodoviário no passadiço em estudo, onde se mediram as velocidades em vários pontos. Uma vez processados e analisados os dados, foi feita a comparação entre os resultados experimentais e numéricos, de modo a verificar se era necessário realizar ajustamentos no modelo.

Para a realização dos ensaios experimentais de caracterização dinâmicas dos modos de vibração e das correspondentes frequências de vibração, foi usado o equipamento MR2002-CE da Syscom. Este equipamento é constituído por duas componentes: um gravador MR2002 e um sensor de velocidades MS2003+, apresentados na Figura 4.1. O sensor permite medir velocidades nas três direcções ortogonais (vertical, transversal e longitudinal), sendo estas registadas no gravador em função do tempo. Em conjunto com os programas de controlo WINCOM 2002 e de identificação modal ARTeMIS, é então possível a obtenção e a análise das medições efectuadas. Nestes ensaios, foram disponibilizados pela FCT-UNL três equipamentos.



Figura 4.1: Gravador MR2002 (à esquerda) e sensor de velocidades MS2003+ (à direita)

Inicialmente foi necessário definir os vários posicionamentos dos sensores de velocidade, de modo a que se recolhessem dados suficientes para caracterizar os modos de vibração do passadiço. Analisados os modos obtidos no modelo de EF, verificou-se que os pontos mais relevantes para a caracterização modal seriam os apresentados na Figura 4.2.

De modo a identificar os modos verticais, para o primeiro troço, foram definidos os pontos a meio vão e para o segundo e terceiro troço, definiram-se os pontos a um terço de vão e a dois terços de vão, para além da zona dos apoios. Transversalmente, decidiu-se colocar os sensores adjacentes a cada viga Vierendeel, de modo a identificar correctamente os modos de torção.

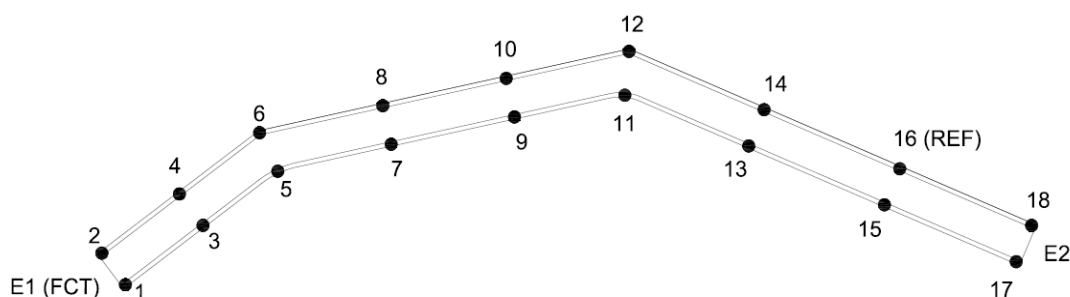


Figura 4.2: Pontos onde foram posicionados os sensores de velocidade

Tendo em conta que apenas estavam disponíveis três sensores, e que é necessário que um deles esteja fixo num ponto para que as medições dos vários ensaios sejam interpretáveis em simultâneo, foram definidos os seguintes posicionamentos, sendo o ponto 16 a referência:

Tabela 4.1: Localização dos sensores para cada ensaio

Ensaio	Sensor 1	Sensor 2	Sensor 3
1	16	1	2
2	16	3	4
3	16	5	6
4	16	7	8
5	16	9	10
6	16	11	12
7	16	13	14
8	16	15	17
9	16	18	17

De seguida, para cada ensaio, é necessário posicionar e nivelar correctamente cada sensor, tomando especial atenção à orientação dos eixos. Neste caso, adoptou-se a direcção x dos sensores para a transversal e a direcção y para a longitudinal, sendo a direcção z a vertical (ver Figura 4.1).



Antes dos ensaios, uma vez feita a sincronização horária através de antenas GPS entre os três sensores e corrigida a posição zero de cada um, foi necessário definir várias características das leituras, como:

- *Trigger combination* (condição para o início da leitura);
- Frequência de amostragem (garante uma identificação modal até certa frequência).

A condição para o início da leitura foi através da definição de um instante de tempo (*time recorder*), com uma duração de 15 minutos para cada ensaio. Foi definida uma frequência de amostragem de 100 Hz, valor que garante uma identificação de frequências até  $100/2 \cdot 0,8 = 40$  Hz [18]. Tendo em conta a gama de frequências observadas no modelo numérico, esse valor é mais que suficiente para identificar os modos de vibração e respectivas frequências do passadiço.

### 4.2.1 Frequências próprias e modos de vibração

Uma vez feita a campanha experimental, procedeu-se à análise dos dados recolhidos, através do programa de análise modal ARTeMIS, que permite estimar os modos de vibração, frequências naturais e coeficientes de amortecimento, a partir dos dados experimentais.

No ARTeMIS, foi feita uma definição simplificada da geometria da estrutura, definindo no programa os pontos onde foram colocados os sensores, com base na Figura 4.2, sendo posteriormente feita a ligação entre os dados recolhidos experimentalmente e os pontos definidos. A partir do método EFDD, implementado no programa, foi possível obter as características dinâmicas do passadiço. Na Figura 4.3, é possível observar os espectros dos valores singulares das funções de densidade espectral, em que cada pico corresponde a uma frequência própria de vibração.

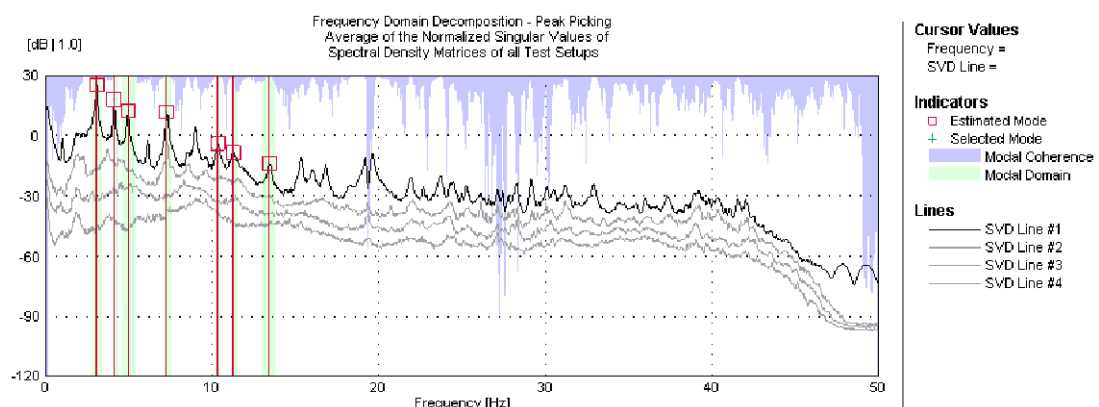


Figura 4.3: Espectros dos valores singulares das funções de densidade espectral

Analisando a Figura 4.3, destacam-se claramente três picos iniciais, que correspondem aos dois primeiros modos verticais e ao primeiro modo de torção. As duas frequências

correspondem a 3,11 Hz para o 1º modo vertical, a 3,55 Hz para o 2º modo vertical e a 4.45 Hz para o 1º modo de torção. Observa-se ainda um quarto pico, correspondente ao 4º modo vertical, de 7,3 Hz de frequência.

As configurações modais dos primeiros quatro modos, fornecidas pelo ARTeMIS, estão expostas nas figuras seguintes (Figura 4.4 até 4.7). Tendo em conta que uma estrutura possui um número infinito de modos de vibração, apenas são apresentados os mais relevantes, uma vez que são os modos mais susceptíveis de serem excitados pelas acções pedonais.

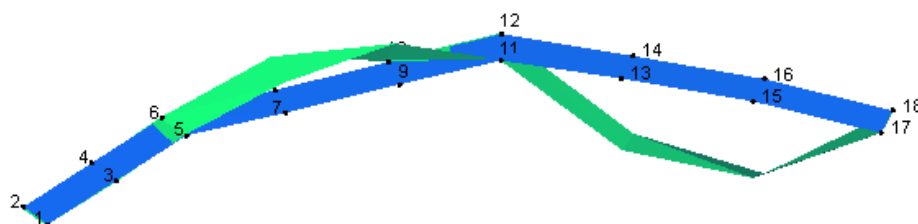


Figura 4.4: Modo 1: 1º vertical (3.11 Hz)

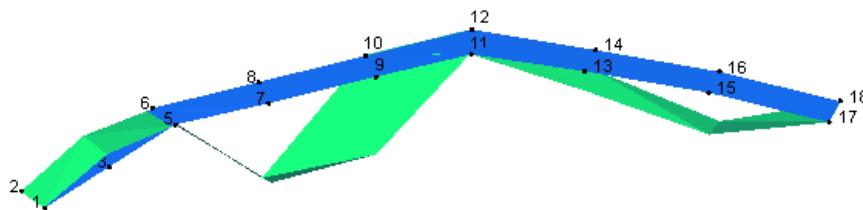


Figura 4.5: Modo 2: 2º vertical (3.55 Hz)

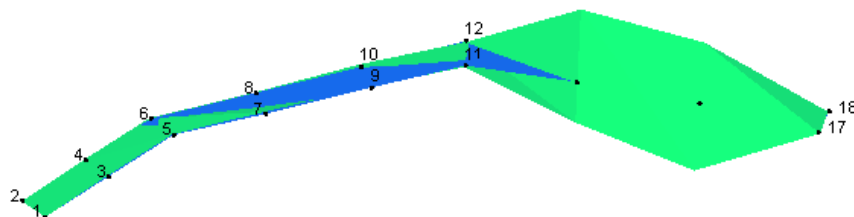


Figura 4.6: Modo 3: 1º torção (4.45 Hz)

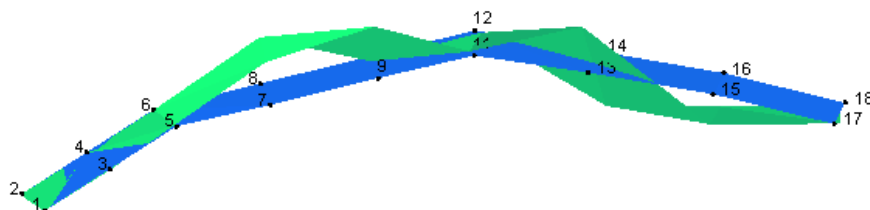


Figura 4.7: Modo 4: 3º vertical (7.3 Hz)

Note-se que os primeiros modos de vibração da estrutura são essencialmente verticais, sendo que as direcções longitudinal e transversal têm muito pouca expressão. Tal poderá indicar que a estrutura tem uma elevada rigidez longitudinal e de flexão lateral.

#### 4.2.2 Comparação com resultados do modelo de EF

Na Tabela 4.2, é apresentada uma comparação entre as frequências obtidas experimentalmente e as frequências obtidas pelo modelo de elementos finitos, para os primeiros cinco modos de vibração.

Tabela 4.2: Comparação das frequências e tipos de modo de vibração entre o ensaio experimental e o modelo de EF

Modo	Ensaio experimental		Modelo de EF	
	Tipo de modo	Frequência [Hz]	Tipo de modo	Frequência [Hz]
1	Vertical	3.11	Vertical	3.24
2	Vertical	3.55	Torção	3.99
3	Torção	4.45	Vertical	4.44
4	Vertical	7.30	Torção	5.10
5	Vertical	10.30	Torção	6.43

Analisando a Tabela 4.2 e comparando visualmente as deformadas dos modos de vibração do modelo de EF com as deformadas obtidas pelo ARTeMIS, facilmente se constata que a ordem dos modos 2 e 3 está trocada. O 2º modo experimental trata-se de um modo vertical, sendo que este modo surge em terceiro lugar no modelo numérico, e também o 3º modo experimental, que se trata de um modo de torção, surge em segundo lugar no modelo numérico. A partir do quarto modo, observam-se tipos de modos diferentes entre o modelo e a realidade, não sendo portanto comparáveis entre si.

Em resumo, apenas o primeiro modo do modelo numérico aparenta estar em conformidade com o experimental, tendo um erro relativo de 4,18%. Assim, conclui-se que o modelo numérico não traduz a realidade, pelo que é necessário proceder a uma calibração do mesmo.

## 4.3 Processo de calibração do modelo

Tal como foi dito anteriormente, é essencial que o modelo numérico seja capaz de simular correctamente o comportamento real da estrutura. Pela Secção 4.2, verifica-se que tal não acontece, daí ser necessário realizar alguns ajustamentos no modelo. Esse processo é feito através de análises paramétricas que permitem determinar quais os parâmetros que condicionam o comportamento dinâmico da estrutura, seguido de uma alteração dos valores desses mesmos parâmetros, de modo a aproximar o modelo à realidade.

No caso em estudo, inicialmente foi feita a correcção da ordem pela qual os modos de vibração surgem, seguido de uma calibração das frequências modais, para que finalmente o modelo numérico fosse validado. Nesta secção serão apenas analisados os três primeiros modos de vibração, uma vez que tendo em conta as frequências do comportamento do peão (Secção 2.1), são esses os modos importantes para o estudo do comportamento da estrutura sujeita a acções pedonais.

### 4.3.1 Correcção da ordem dos modos de vibração

Como se verificou na Secção 4.2, a ordem dos modos 2 e 3 do modelo de EF está trocada, comparativamente aos modos reais. Deste modo, é necessário fazer coincidir a ordem pela qual os modos de vibração surgem. Esse acontecimento significa aumentar a frequência do modo 2 e diminuir a frequência do modo 3.

Numa análise inicial, observando os modos de vibração no programa SAP2000, verificou-se que, para o caso dos modos 2 e 3, estavam presentes deslocamentos longitudinais significativos nos apoios do Encontro E2, não tendo sido observados nos modos de vibração reais da estrutura. Assim, uma hipótese inicial seria que o GDL longitudinal desses mesmos apoios (de rigidez nula segundo as condições de projecto) tivesse uma rigidez tal, que impedisse esses deslocamentos.

De modo a verificar esta hipótese, foi realizada uma análise de sensibilidade de modo a perceber a influência que a rigidez longitudinal dos apoios do Encontro E2 tem no comportamento dinâmico da estrutura. Para isso, foram colocadas duas molas (uma em cada apoio) na direcção longitudinal, em que se foi variando a sua rigidez em simultâneo. Os resultados estão apresentados na Figura 4.8.

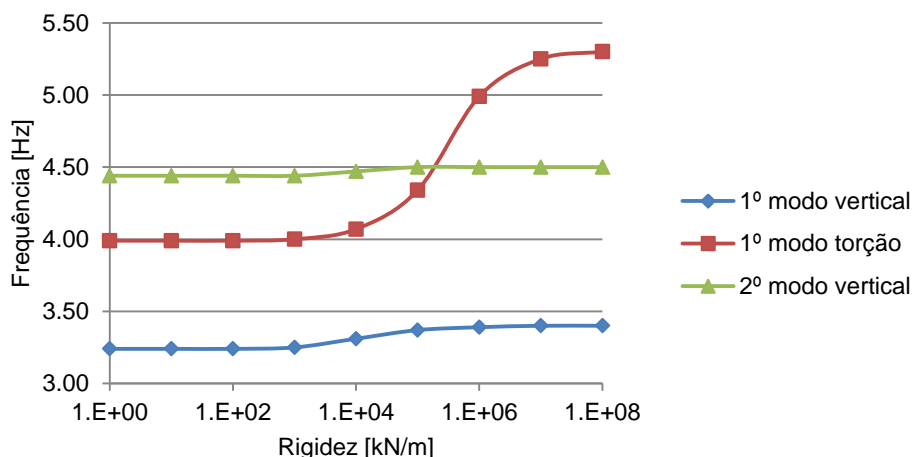


Figura 4.8: Influência da rigidez longitudinal dos apoios do Encontro E2, nas frequências modais

De facto, no gráfico da Fig. 4.8, onde estão representados os valores das frequências dos três primeiros modos de vibração do modelo numérico, consoante a rigidez longitudinal dos apoios do Encontro E2, é possível observar uma troca de modos para uma rigidez na ordem dos  $10^5$  kN/m. Assim, adoptando uma rigidez longitudinal superior a  $10^5$  kN/m nos apoios do Encontro E2, a ordem pela qual os modos de vibração surgem é coincidente com a ordem dos modos experimentais. As frequências associadas ao modelo actualizado estão expostas na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Frequências naturais após introdução de rigidez longitudinal nos apoios do Encontro E2

Modo	Tipo de modo	Frequência numérica [Hz]	Frequência experimental [Hz]	Erro relativo [%]
1	Vertical	3.4	3.11	9.3
2	Vertical	4.5	3.55	26.8
3	Torção	5.29	4.45	18.9

Embora a ordem dos modos de vibração esteja correcta, obtêm-se erros excessivos para os valores das frequências, especialmente no modo 2, onde se tem um erro de praticamente 27%.

De modo a avaliar a semelhança entre as configurações modais estimadas experimentalmente e as obtidas pelo modelo numérico actualizado, foi feita ainda uma análise MAC para os três primeiros modos, com base na Equação 4.1.

Em relação aos vectores das configurações modais pelo programa ARTeMIS, observa-se que cada deslocamento é composto por uma parte imaginária e outra real, sendo portanto

um valor complexo. Tal deve-se à transferência de energia entre os vários modos devido ao amortecimento não proporcional da estrutura [4]. Deste modo, para que estes vectores sejam comparáveis aos do modelo de elementos finitos, é necessário converter os valores complexos em valores reais. Segundo Imregun e Ewins [29], o melhor vector real a ser utilizado é o que apresenta a melhor semelhança com o vector complexo. Segundo [4], o melhor vector real corresponde à componente real do vector complexo, quando rodado de maneira a maximizá-la. O valor do ângulo da rotação é então calculado a partir da Equação 4.2, em que  $\phi_R$  é a parte real e  $\phi_I$  a parte imaginária de um determinado modo.

$$\tan 2\theta = \frac{2 \phi_R^T \phi_I}{\phi_R^T \phi_R - \phi_I^T \phi_I} \quad (4.2)$$

Um vez conhecido o ângulo de rotação que maximiza a componente real, os valores reais são obtidos a partir da Equação 4.3.

$$\phi_{Real} = \phi_R \cos \theta + \phi_I \sin \theta \quad (4.3)$$

A equação anterior é aplicada individualmente a todos os GDL do vector da deformada modal, sendo finalmente possível a comparação com o vector obtido pelo modelo numérico.

Os ângulos de rotação obtidos para os modos de vibração em análise estão apresentados na Tabela 4.4. Pela análise dos seus valores, é possível concluir que os efeitos do amortecimento são desprezáveis, uma vez que a parcela correspondente à parte imaginária assume valores muito inferiores em relação à parte real.

Tabela 4.4: Valores dos ângulos de rotação dos vectores complexos

Modo	$\theta$ [rad]	$\sin(\theta)$	$\cos(\theta)$
1	8,89E-05	8,886E-05	1
2	-1,15E-04	-1,150E-04	1
3	4,82E-04	4,824E-04	1

Uma vez calculados os vectores reais das deformadas obtidas pelo ARTeMIS, pela Equação 4.3, procedeu-se à sua comparação com os vectores das deformadas obtidas pelo modelo numérico, tendo-se obtido a matriz MAC exposta na Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Matriz MAC entre resultados experimentais e modelo

		SAP2000		
ARTEMIS	Modo	1	2	3
	1	0.92	3.10E-04	4.09E-04
	2	6.79E-02	0.69	1.22E-03
	3	1.18E-02	8.39E-05	0.65

Analisando os valores da matriz, podemos observar que os valores da diagonal principal estão distantes do valor unitário, com excepção do primeiro modo. Assim, conclui-se que é

necessário fazer ainda alguns ajustamentos ao modelo, de modo a minimizar os erros relativos entre as frequências numéricas e reais, e a melhorar a matriz MAC, isto é, a que a configuração modal do modelo numérico se aproxime o melhor possível da configuração real. No caso em estudo, observam-se frequências do modelo numérico superiores às frequências obtidas experimentalmente, portanto há dois caminhos possíveis a seguir, de modo a reduzir as frequências numéricas:

- Aumento da massa modal
- Diminuição da rigidez modal

Calibrando determinados parâmetros no modelo, é possível variar a massa e a rigidez, e consequentemente alterar as frequências e configurações modais. Note-se que, nesta análise, há que ter especial cuidado e observar se ocorrem trocas de modos.

#### **4.3.2 Ajustamento de frequências e configurações modais**

Tendo como base o modelo actualizado da Secção 4.3.1, foram efectuadas análises de sensibilidade a vários parâmetros da estrutura, de modo a perceber a sua influência no comportamento dinâmico da estrutura, tal como foi feito na Secção 4.3.1 para a rigidez longitudinal dos apoios do Encontro E2. Os parâmetros estudados foram os seguintes:

- Módulo de elasticidade do betão da laje maciça;
- Módulo de elasticidade do betão da laje mista;
- Módulo de elasticidade do betão dos pilares;
- Rigidez longitudinal e de rotação dos apoios do Encontro E1;
- Rigidez de rotação dos apoios do Encontro E2;
- Módulo de elasticidade do solo adjacente aos maciços de encabeçamento;
- Rigidez de rotação dos apoios dos Pilares P1 e P2;
- Massa da laje mista;
- Massa da laje maciça;
- Rigidez da laje mista;
- Rigidez da laje maciça;
- Espessura das chapas metálicas das guardas.

O módulo de elasticidade do betão é um parâmetro importante a analisar pois afecta directamente a rigidez dos elementos estruturais. Embora o valor adoptado no modelo inicial tenha sido de 31 GPa, correspondente a um betão C25/30, é possível que na estrutura real tal não se verifique, devido ao fenómeno de fendilhação que ocorre nos elementos de betão, que faz com que a rigidez dos elementos estruturais diminua. No caso em estudo, foram analisados em separado os módulos de elasticidade da laje mista, laje maciça e pilares.

O módulo de elasticidade do solo adjacente aos maciços de encabeçamento foi outro dos parâmetros em análise, uma vez que o efeito do solo foi tido em consideração através da aplicação de molas horizontais (ver Secção 3.3.2). O valor da rigidez das molas pode variar, de forma a traduzir o comportamento de um solo mal compactado ou de fraca resistência. Existe também um grau de incerteza no valor da rigidez das molas, uma vez que se recorreu a ábacos baseados em dados experimentais de outros locais.

Foi também feita uma análise separada em relação aos parâmetros das lajes mista e maciça, de modo a ser possível variá-los apenas em determinadas zonas (apenas nas zonas junto aos pilares, ou nas zonas a meio vão). Em relação aos parâmetros que dizem respeito à rigidez das lajes, estes foram calibrados através da opção *Set Modifiers* do SAP2000, onde é possível afectar a rigidez através de um factor multiplicativo.

Para a massa da laje maciça, o processo é idêntico ao anterior, só que desta vez afectando a opção *Mass Modifier*. No caso da laje mista, como a sua massa foi considerada a partir da aplicação uma carga uniformemente distribuída na laje, é necessário aceder à opção *Mass Source* e aí introduzir o factor multiplicativo que queremos associar a esse carregamento. A alteração da massa poderá ter como justificação uma espessura real da laje diferente daquela prevista em projecto.

Os resultados das análises paramétricas são apresentados de seguida. Uma vez analisados, é possível fazer retirar algumas conclusões.

Em relação ao módulo de elasticidade do betão, verifica-se que a estrutura é mais sensível a variações ao nível das lajes do que nos pilares, com particular destaque para o betão da laje mista no 1º modo de torção. Como ilustrado na Figura 4.9, é neste modo que se verifica um declive mais acentuado, sendo o 1º modo vertical o menos afectado. Como era esperado, observou-se um aumento das frequências para valores de  $E_c$  crescentes.

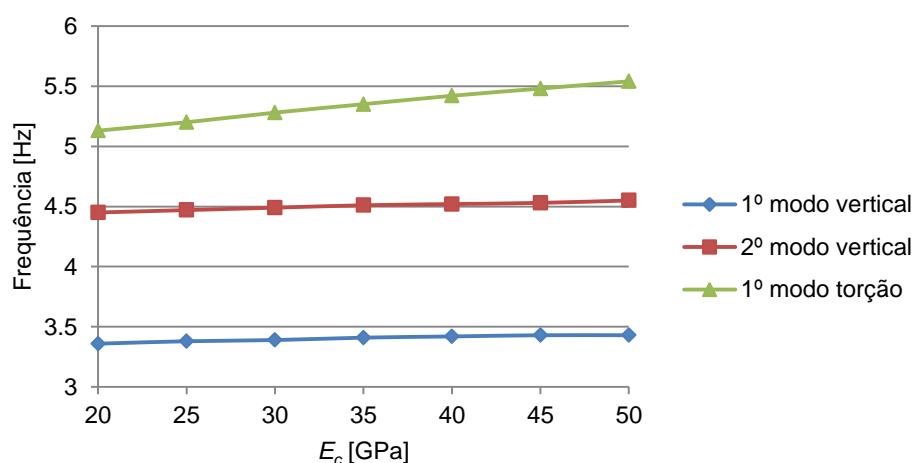


Figura 4.9: Influência do módulo de elasticidade do betão da laje mista nas frequências modais



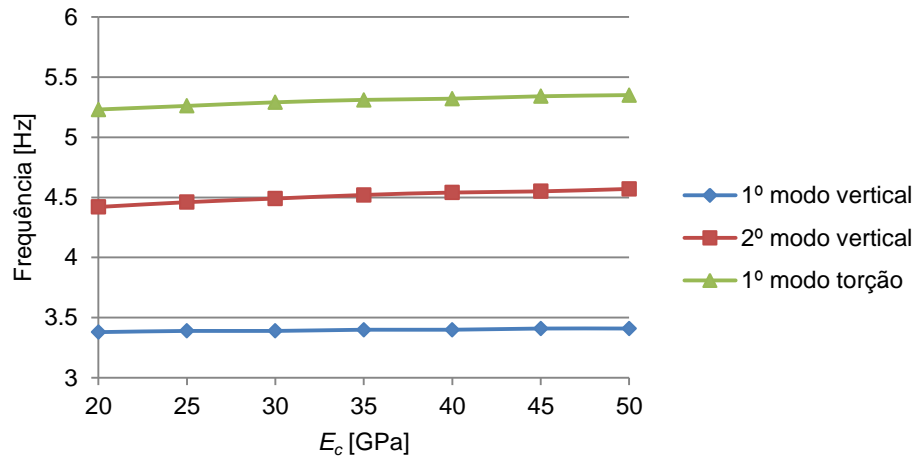


Figura 4.10: Influência do módulo de elasticidade do betão da laje maciça nas frequências modais.

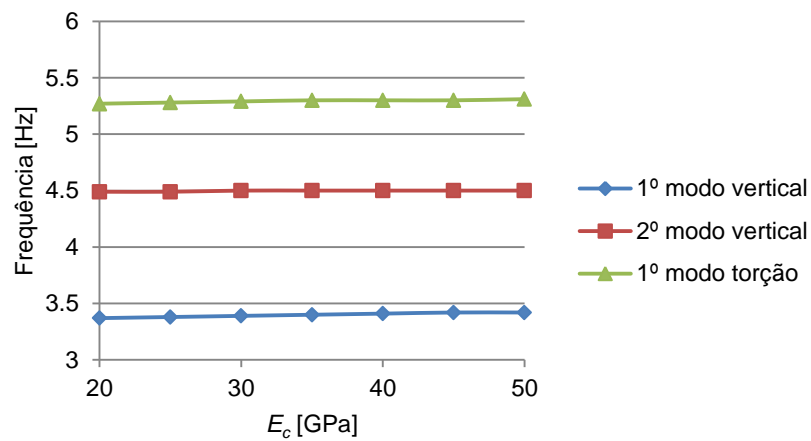


Figura 4.11: Influência do módulo de elasticidade do betão dos pilares nas frequências modais.

Em relação aos apoios do Encontro E1, a rigidez do grau de liberdade longitudinal  $k_y$ , apenas afecta o 1º modo vertical, sendo que a sua frequência aumenta a partir de valores de rigidez na ordem dos  $10^4$  kN/m, como se pode verificar na Figura 4.12. Já a rigidez de rotação  $k_{\theta,x}$  dos mesmos apoios não produzem qualquer alteração nas frequências modais (ver Figura 4.13).

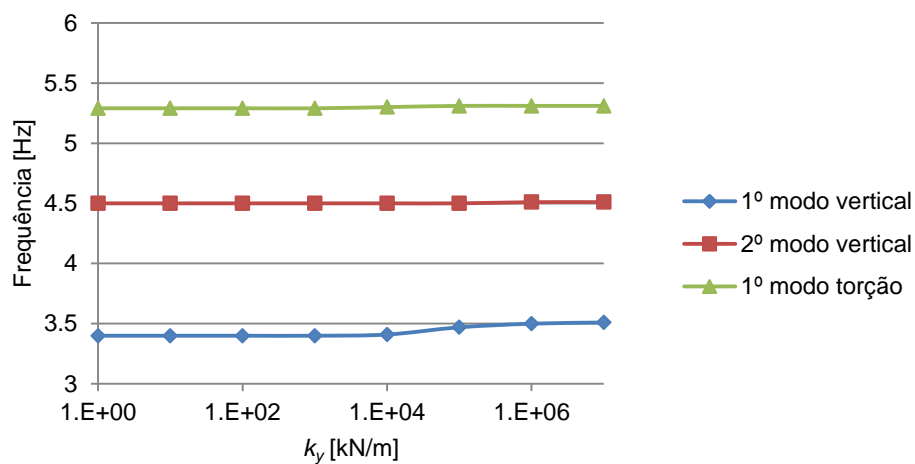


Figura 4.12: Influência da rigidez  $k_y$  dos apoios do Encontro E1 nas frequências modais

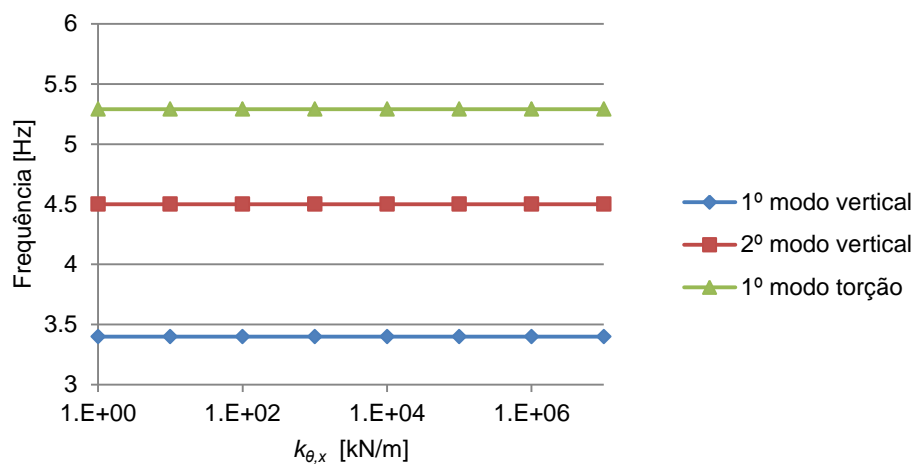


Figura 4.13: Influência da rigidez  $k_{\theta,x}$  dos apoios do Encontro E1 nas frequências modais

No que diz respeito à rigidez de rotação  $k_{\theta,x}$  dos apoios do Encontro E2, a sua análise está apresentada na Figura 4.14. Observa-se um aumento de frequência a partir dos  $10^4$  kN/m, sendo mais significativo no 1º modo vertical.

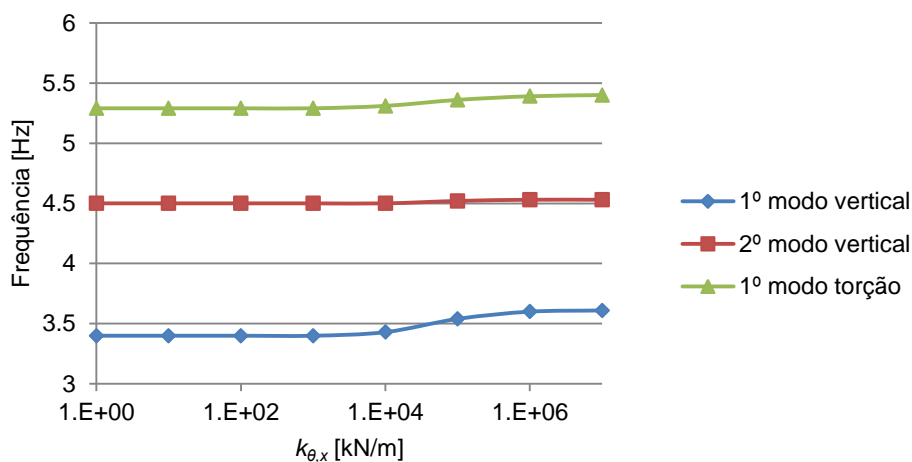


Figura 4.14: Influência da rigidez  $k_{\theta,x}$  dos apoios do Encontro E2 nas frequências modais

Em relação ao módulo de elasticidade do solo nos maciços de encabeçamento, verifica-se pela Figura 4.15 uma troca de modos (2º vertical com 1º de torção), a partir dos  $10^4$  kN/m de rigidez das molas, em semelhança ao observado na Secção 4.3.1, para o caso dos apoios do Encontro E2. Isto significa que, numa estrutura mais flexível longitudinalmente, o modo associado à torção se torne também mais flexível, passando a surgir em segundo lugar.

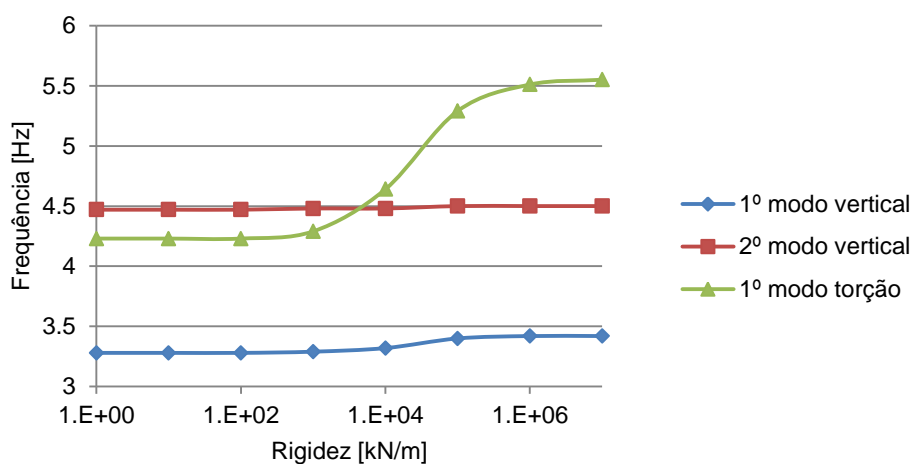


Figura 4.15: Influência da rigidez das molas implementadas nos maciços de encabeçamento nas frequências modais

Para os apoios do pilar P1, pela observação das Figuras 4.16 à 4.18, a variação da rigidez de rotação nas direcções y e z não provoca alterações nas frequências modais, ao passo que na direcção x, a frequência do 2º modo vertical aumenta a partir dos  $10^4$  kN/m.

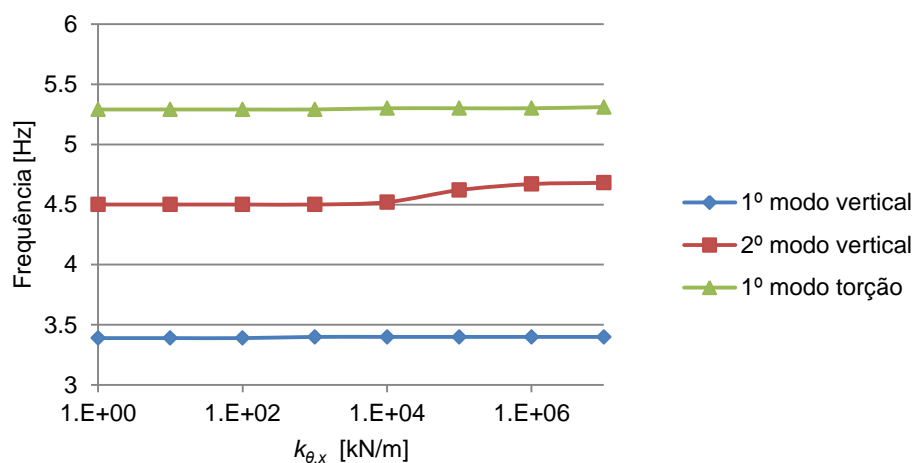


Figura 4.16: Influência da rigidez  $k_{\theta,x}$  dos apoios do Pilar P1 nas frequências modais

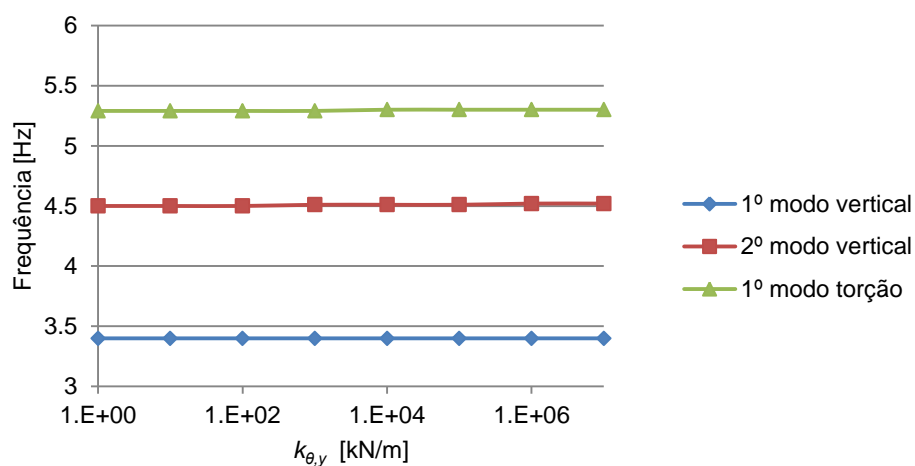


Figura 4.17: Influência da rigidez  $k_{\theta,y}$  dos apoios do Pilar P1 nas frequências modais

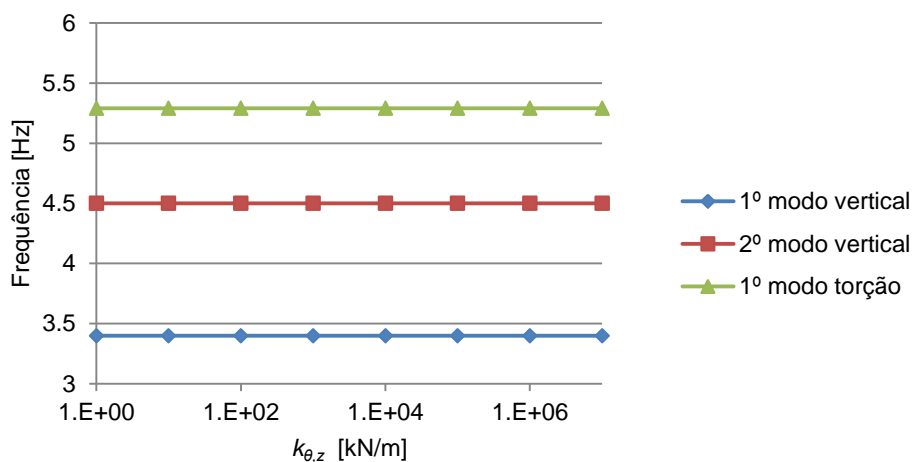


Figura 4.18: Influência da rigidez  $k_{\theta,z}$  dos apoios do Pilar P1 nas frequências modais

Já para os apoios do pilar P2, as Figuras 4.19 à 4.21 permitem concluir que a variação da rigidez de rotação na direcção z não provoca alterações nas frequências modais. Para as direcções x e y, observa-se um aumento das frequências modais a partir dos  $10^4$  kN/m, mais acentuado para o 1º modo vertical, seguido do 2º modo vertical. Para o 1º modo de torção, praticamente não há alteração das frequências.

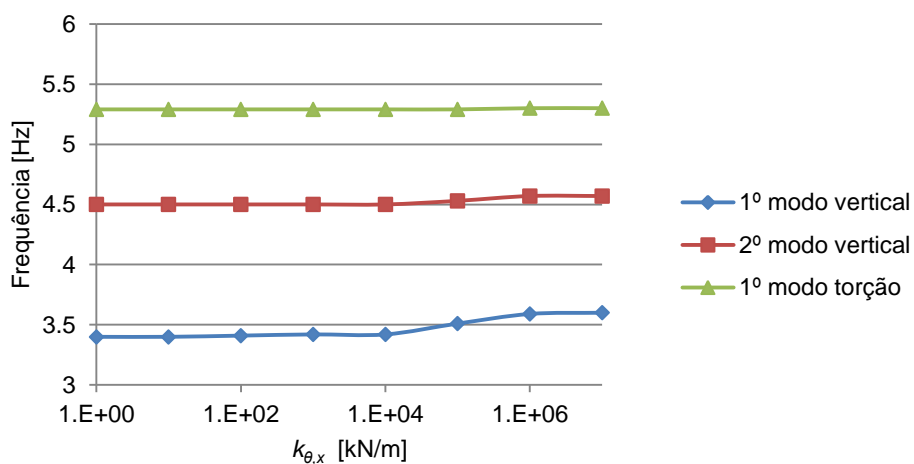


Figura 4.19: Influência da rigidez  $k_{\theta,x}$  dos apoios do Pilar P2 nas frequências modais

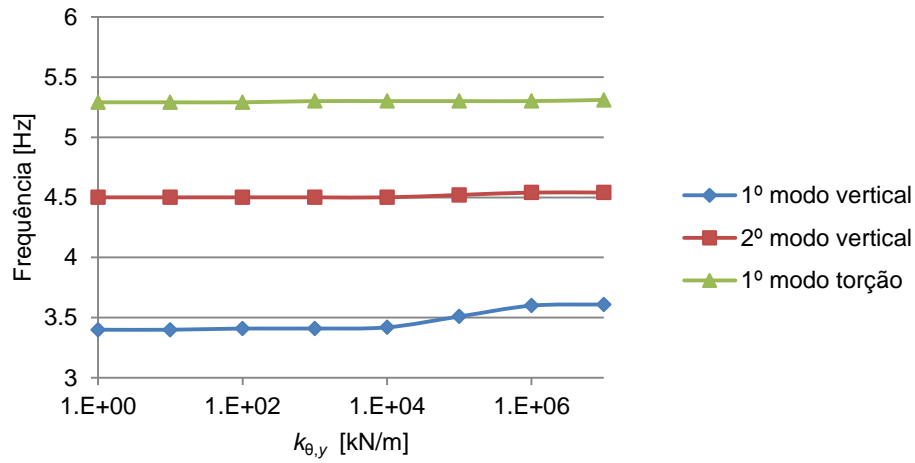


Figura 4.20: Influência da rigidez  $k_{\theta,y}$  dos apoios do Pilar P2 nas frequências modais

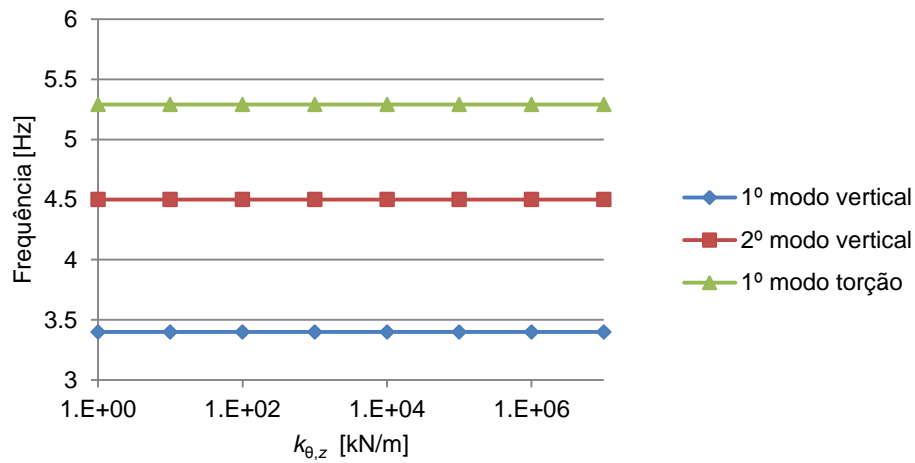


Figura 4.21: Influência da rigidez  $k_{\theta,z}$  dos apoios do Pilar P2 nas frequências modais

No caso da massa da laje mista, observa-se que este parâmetro influencia claramente as frequências modais. Como é esperado, conforme se aumenta a massa, a frequência decresce significativamente em todos os modos, como se pode observar na Figura 4.22.

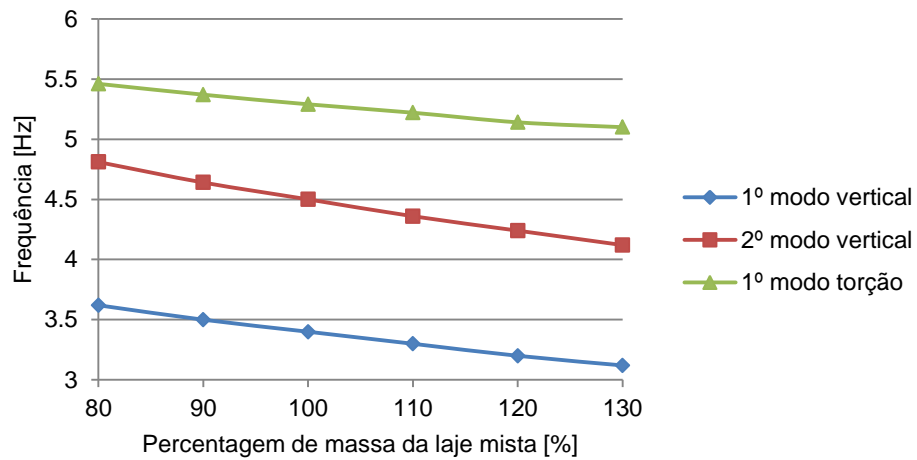


Figura 4.22: Influência da massa da laje mista nas frequências modais

Tal não se verifica no caso da massa da laje maciça. Pela Figura 4.23, observa-se que a sua variação não produz qualquer efeito nas frequências modais, sendo por isso um parâmetro irrelevante para a calibração do modelo de EF.

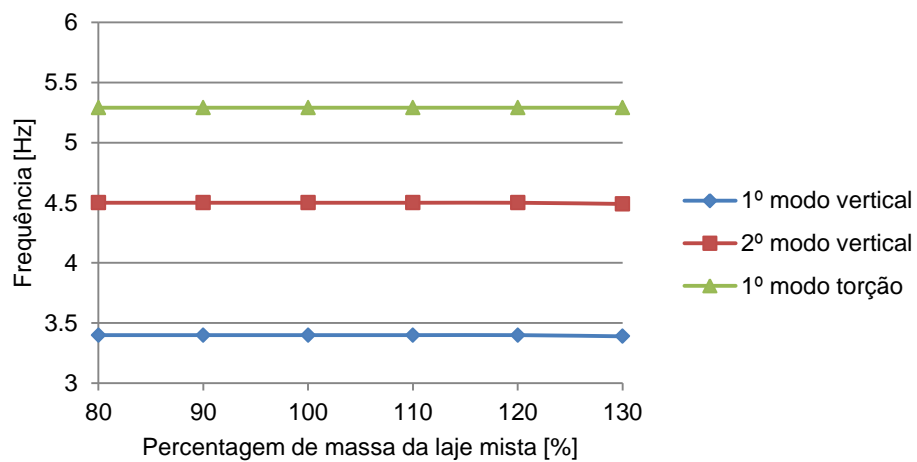


Figura 4.23: Influência da massa da laje maciça nas frequências modais

Considerando a rigidez de flexão da laje mista, na Figura 4.24 é possível verificar que este parâmetro tem importância na alteração das frequências, especialmente no 1º modo de torção, onde se observa um declive mais acentuado, comparativamente aos restantes modos. Tal como esperado, o incremento de rigidez conduz a um aumento de frequências.

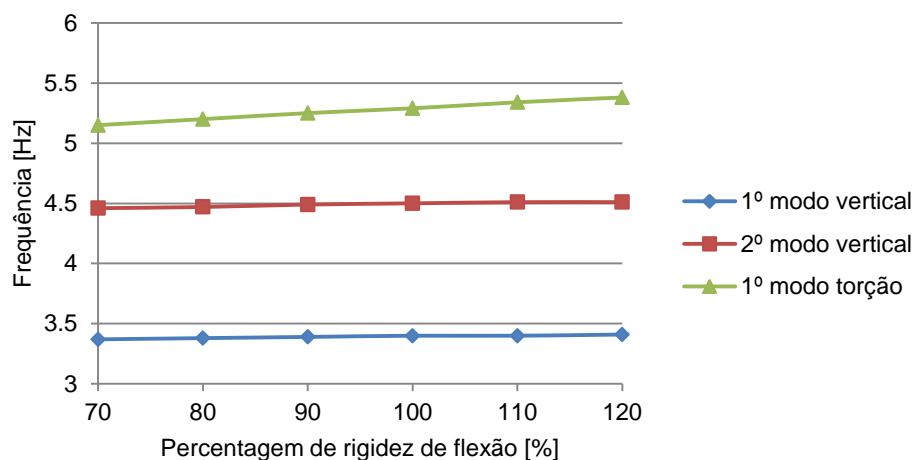


Figura 4.24: Influência da rigidez de flexão da laje mista nas frequências modais

Também a rigidez de flexão da laje maciça se revela algo importante, ainda que de modo menos acentuado, comparativamente ao caso anterior, como se pode verificar na Figura 4.25.

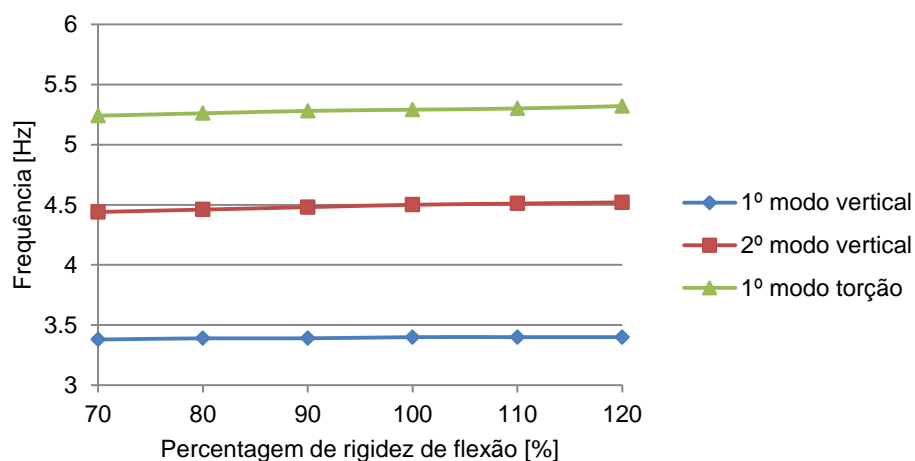


Figura 4.25: Influência da rigidez de flexão da laje maciça nas frequências modais

Em relação à espessura das chapas metálicas das guardas, observam-se frequências constantes para diferentes valores de espessura, conforme ilustrado na Figura 4.26, e por isso, este parâmetro é irrelevante para a calibração do modelo.



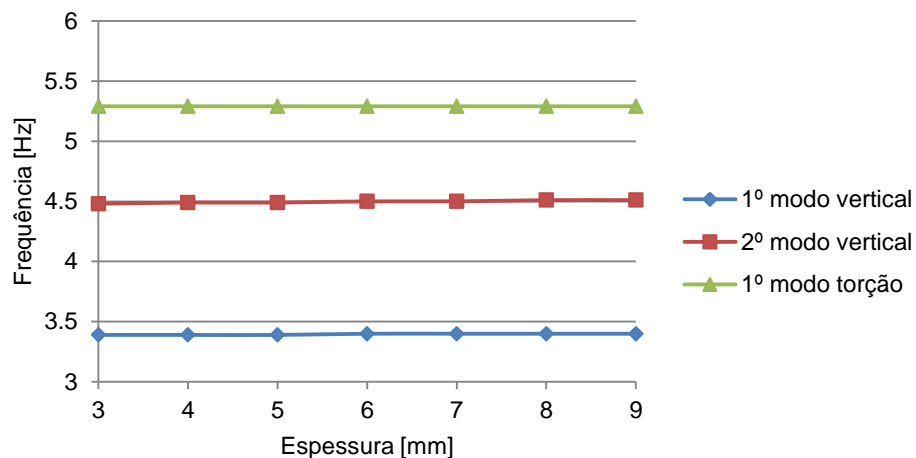


Figura 4.26: Influência da espessura das chapas metálicas nas frequências modais

Em resumo, pelos resultados apresentados, os parâmetros considerados relevantes para a alteração das configurações modais e respectivas frequências são os seguintes:

- Módulo de elasticidade do betão;
- Módulo de elasticidade do solo adjacente aos maciços de encabeçamento;
- Massa da laje mista;
- Rigidez da laje mista;
- Rigidez da laje maciça.

### 4.3.3 Modelo final e respectiva validação

Depois de conhecidos quais os parâmetros relevantes para a variação das frequências e configurações modais, é necessário testar várias combinações de valores, de modo a chegar à solução mais próxima da real. Este processo foi feito manualmente para diversas combinações, sendo que posteriormente se calculou o erro relativo entre a frequência numérica e a real de cada modo. Uma vez encontrada a solução, foi então feita uma análise MAC, para validar a mesma. Note-se que a escolha dos diversos valores deve ser feita dentro dos limites admissíveis.

Chegou-se então a uma solução com os valores indicados na Tabela 4.6.

Tabela 4.6: Parâmetros adoptados no modelo final

Parâmetro	Varição face ao valor original
Massa da laje mista	20%
Módulo de elasticidade do betão da laje mista	-10%
Módulo de elasticidade do betão da laje maciça	-20%
Rigidez de flexão da laje mista	-20%
Rigidez de flexão da laje maciça	-20%
Rigidez das molas nos maciços	-80%

As frequências obtidas estão apresentadas na Tabela 4.7.

Tabela 4.7: Frequências do modelo numérico final

Modo	Tipo de modo	Frequência numérica [Hz]	Frequência experimental [Hz]	Erro relativo [%]
1	Vertical	3.00	3.11	3.5
2	Vertical	3.83	3.55	7.9
3	Torção	4.56	4.45	2.5

Note-se que, ao baixarmos a frequência do 2º modo vertical, estamos também a baixar as restantes frequências, o que no caso do 1º modo vertical é negativo pois já estamos com uma frequência numérica inferior à experimental. Daí ser necessário adoptar um critério de equilíbrio entre os três modos.

Observando os resultados expostos na Tabela 4.8, verifica-se que os erros relativos para o modo 1 e 3 são aceitáveis (abaixo dos 5%), sendo que o caso mais distante da realidade seja o modo 2 (2º modo vertical), em que se tem um erro de praticamente 8%, o que já é considerável. Ainda assim, as frequências obtidas nesta solução são uma melhoria comparativamente com a solução apresentada na Secção 4.2.1.

Foi realizado novamente o cálculo da matriz MAC, obtendo-se os seguintes resultados apresentado na Tabela 4.8.

Tabela 4.8: Matriz MAC entre resultados experimentais e modelo

		SAP2000		
ARTEMIS	Modo	1	2	3
	1	0.90	1.51E-02	2.00E-03
	2	2.10E-02	0.74	3.30E-03
	3	3.50E-03	2.00E-03	0.72

Relativamente aos valores fora da diagonal principal da matriz apresentada na Tabela 4.8, pode-se dizer que os modos são praticamente ortogonais entre si, ainda que com alguns desvios. Em relação à diagonal principal, apenas a primeira entrada está próxima de 1, sendo que as duas restantes entradas ainda estão algo longe do valor unitário, e por isso, a solução ser apenas aceitável, e não perfeita. Tal poderá dever-se à geometria complexa e irregular da estrutura, e a outras possíveis condicionantes não previstas na modelação, como a massa das guardas de protecção secundárias e a contribuição da chapa colaborante para o comportamento estrutural.

Os modos de vibração do modelo final estão ilustrados nas Figuras 4.27 à 4.29.

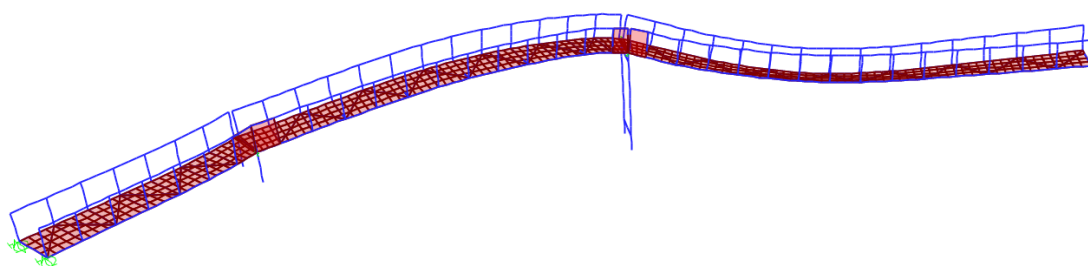


Figura 4.27: 1º Modo vertical (3.00 Hz)

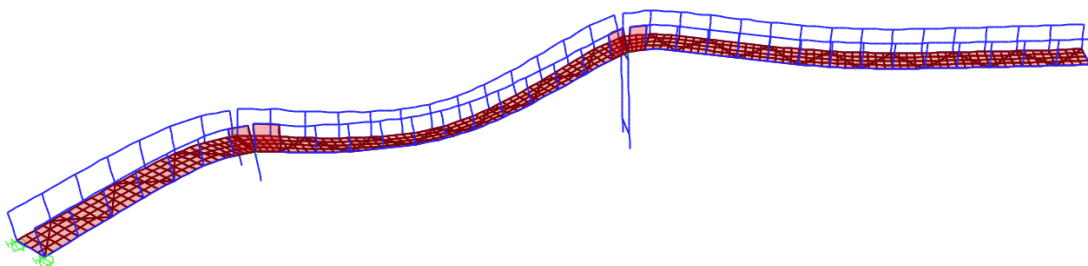


Figura 4.28: 2º Modo vertical (3.83 Hz)

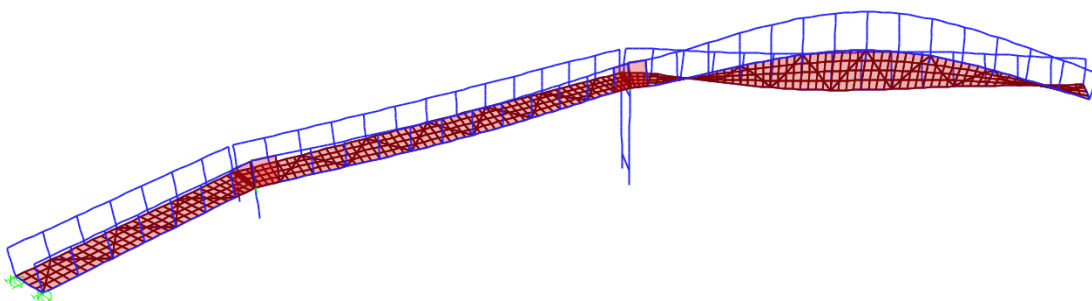


Figura 4.29: 1º Modo de torção (4.56Hz)

Adicionalmente, foi realizado um ensaio experimental no passadiço, com o objectivo de comparar os resultados obtidos com os resultados do modelo numérico. O ensaio consistiu em colocar um peão de 550 N a meio vão do troço 3, a saltar no mesmo ponto à frequência natural do passadiço (3 Hz), até que se atingisse o regime estacionário de vibração. Foi então registada a velocidade a meio vão do troço 3 do tabuleiro através do sensor de velocidades descrito na Secção 4.2, sendo posteriormente aplicado um filtro passa-baixo de 25 Hz. Uma vez derivadas as velocidades, obtiveram-se as acelerações indicadas no gráfico da Figura 4.30.

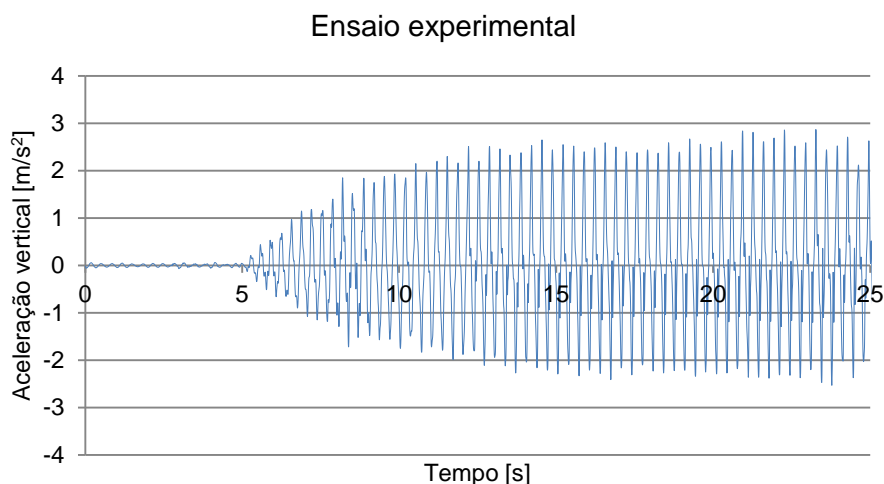


Figura 4.30: Aceleração vertical no ensaio experimental

O ensaio descrito anteriormente foi também simulado no modelo de EF, em condições iguais às condições experimentais, isto é, um peão de 500N a saltar à frequência natural do passadiço, a meio vão do troço 3. Os resultados obtidos apresentam-se no gráfico da Figura 4.31.

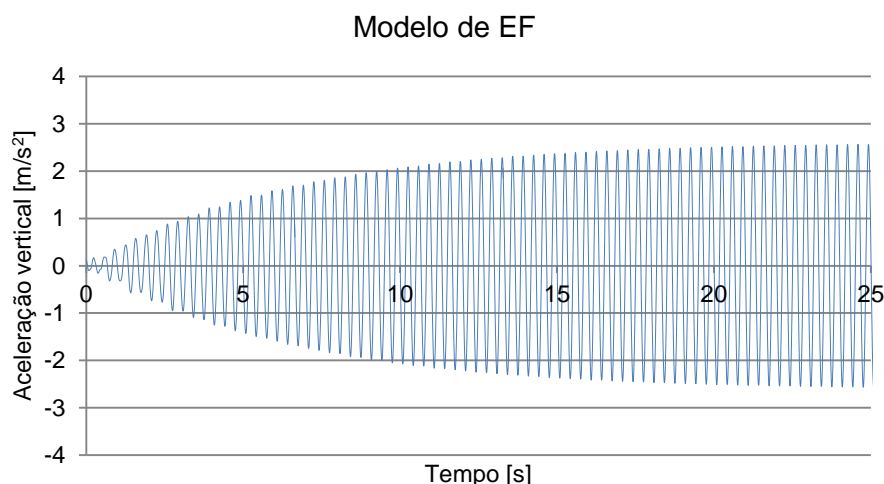


Figura 4.31: Aceleração vertical no modelo de EF

Pela comparação dos gráficos das Figuras 4.30 e 4.31, observa-se que o valor da aceleração resultante no ensaio experimental, após a estabilização da resposta estrutural, é praticamente idêntica à aceleração obtida no modelo de EF, o que vem aumentar o grau de confiança do modelo, e consequentemente é possível assumir o modelo como validado.

Em relação aos coeficientes de amortecimento fornecidos pelo ARTeMIS, os seus valores apresentam-se na Tabela 4.9.

Tabela 4.9: Coeficientes de amortecimento estimados experimentalmente

Modo	$\xi$ [%]
1	0.80
2	0.68
3	0.70

Em comparação com os valores típicos de amortecimento estrutural, indicados na Tabela A.1, verifica-se que os valores obtidos experimentalmente estão dentro do esperado para estruturas mistas, sendo ligeiramente superiores aos valores médios, o que constitui um factor positivo, pois permite maior dissipação de energia.

#### 4.3.4 Identificação de problemas de vibração excessiva

Uma vez validado o modelo, é possível utilizá-lo para determinar a susceptibilidade do passadiço a problemas de vibração excessiva. Para tal, recorreu-se à metodologia desenvolvida pelo Sétra, descrita no Capítulo 2.

Observando o nível de tráfego a que o passadiço em estudo está sujeito actualmente, este pode ser considerado de classe III, segundo as indicações do guia técnico do Sétra. Conforme mencionado no Capítulo 2, é necessário calcular as frequências naturais da estrutura considerando a massa dos peões. A partir das densidades pedonais definidas na Tabela 2.6, e da área total do tabuleiro correspondente a 162.31 m<sup>2</sup>, definiu-se a carga indicada na Tabela 4.10, a ser aplicada em toda a área do tabuleiro, assumindo que o peso estático de um peão é 700 N. As frequências próprias actualizadas são apresentadas na Tabela 4.11.

Tabela 4.10: Carregamentos estáticos dos peões

Classe	$d$ [peões/m <sup>2</sup> ]	$N$	Peso total de peões [kN]	Carregamento [kN/m <sup>2</sup> ]
III	0.5	81.16	56.81	0.35

Tabela 4.11: Frequências naturais com e sem peões

Modo	Modo	Frequência [Hz]	
		Classe III	Sem peões
1	1º Vertical	2.86	3.00
2	2º Vertical	3.64	3.83
3	1º Torção	4.44	4.56

Com base nas Tabelas 2.3 e 2.4, determinou-se as gamas de risco associadas às frequências, e determinou-se os casos de carregamento a analisar, estando estes expostos na Tabela 4.12.

Tabela 4.12: Casos de carregamento a considerar

Modo	Direcção	Classe	Frequência [Hz]	Gama de risco	Caso de carregamento
1	Vertical	III	2.86	3	Nulo
		Sem peões	3.00	3	Nulo
2	Vertical	III	3.64	3	Nulo
		Sem peões	3.83	3	Nulo
3	Vertical	III	4.44	3	Nulo
		Sem peões	4.56	3	Nulo

É possível concluir que, considerando as condições reais do tráfego pedonal no passadiço em estudo, não é necessário realizar qualquer análise dinâmica posterior e assume-se que os níveis de vibração no passadiço respeitam o conforto dos utilizadores, de acordo com o guia técnico do Sétra.

## Capítulo 5

# Implementação de um sistema de controlo passivo

As vibrações de uma estrutura, quando em excesso, causam desconforto aos seus utilizadores. Sendo as pontes pedonais particularmente susceptíveis a vibrações, torna-se importante minimizar esse fenómeno. No presente capítulo são descritas brevemente algumas técnicas de controlo de vibrações, sendo de seguida propostas duas soluções, através da utilização de um sistema de controlo passivo, nomeadamente amortecedores de massa sintonizada (TMD). É descrito o seu processo de dimensionamento e são apresentados os seus efeitos na resposta dinâmica da estrutura, uma vez implementados no modelo numérico.

### 5.1 Sistemas de controlo

Em engenharia civil, a aplicação de sistemas de controlo constitui uma solução possível no que diz respeito à redução da resposta estrutural, a par das soluções de reforço estrutural a partir do aumento da rigidez. Uma vez que aumentar a rigidez de uma estrutura é um processo que se pode tornar bastante dispendioso, os sistemas de controlo surgem assim como uma alternativa económica e de fácil implementação, que passa pelo aumento do amortecimento estrutural, permitindo uma rápida dissipação da energia [9]. É possível agrupar as várias técnicas de controlo em 4 grupos principais: controlo passivo, controlo activo, controlo semi-activo e controlo híbrido.

#### 5.1.1 Controlo passivo

O controlo passivo é um tipo de sistema que actua à custa da energia fornecida pela estrutura e consiste em um ou vários dispositivos ligados à estrutura, dimensionados de tal maneira que aumentam o amortecimento estrutural. Tal é possível a partir do desenvolvimento de forças que se opõem ao movimento da estrutura, sem que seja necessário fornecer energia externa ao sistema. Assim, torna-se um método económico em termos de manutenção e aplicação, sendo bastante eficaz em estruturas com baixo amortecimento estrutural. No entanto, os sistemas de controlo passivo não recebem dados das características estruturais, tendo por isso uma actuação limitada. São por isso indicados nos casos em que as solicitações sejam previamente estimadas, bem como nos casos onde as características estruturais não se alterem ao longo do tempo [38].

Um exemplo deste tipo de controlo é o isolamento de base. Esta técnica é usada em edifícios sujeitos a acções sísmicas, sendo a estrutura apoiada numa base flexível segundo o plano horizontal, de maneira a tornar os movimentos horizontais do edifício independentes do movimento do solo, permitindo assim dissipar a energia resultante das acelerações horizontais induzidas pela acção sísmica.

Neste grupo estão também incluídos os amortecedores de líquido sintonizado bem como os amortecedores de massa sintonizada (TMD), que serão os utilizados neste trabalho. Nestes tipos de dispositivos, a energia fornecida pelo movimento da estrutura é dissipada através do movimento relativo entre o sistema e a estrutura. Contudo, apenas são eficazes nas frequências para as quais são dimensionados [38].

Outros exemplos de sistemas de controlo passivo são os dissipadores. Como o seu nome indica, permitem dissipar energia através da deformação do material do dissipador. Para tirar máximo partido dos seus efeitos, devem ser por isso colocados nos pontos associados a maiores deformações estruturais. Os dissipadores mais comuns são os amortecedores viscoelásticos, friccionais e viscosos, que diferem entre si na maneira como a energia é dissipada.

### **5.1.2 Controlo activo**

Os sistemas de controlo activo permitem um controlo da resposta estrutural em tempo real, recebendo dados da estrutura e actuando em conformidade. Ao contrário dos sistemas de controlo passivo, é necessário fornecer energia exterior de modo a actuarem. O seu funcionamento passa pelo registo de medições efectuadas por sensores, que por sua vez são processadas por algoritmos pré-definidos (controladores). Estes posteriormente emitem um sinal aos actuadores, que aplicam uma determinada força na estrutura. Deste modo, implementando este tipo de solução num ponto da estrutura com componentes modais consideráveis, é possível controlar vários modos de vibração em simultâneo. No entanto, o elevado custo de manutenção e a dependência energética inerente tipo de solução constituem o maior obstáculo à sua utilização [38].

### **5.1.3 Controlo semi-activo**

Este tipo de sistema é um caso particular dos sistemas activos. A sua actuação consiste em modificar o amortecimento ou a rigidez de certos elementos estruturais, produzindo forças com elevada amplitude e baixo consumo energético. Constitui uma alternativa face aos sistemas de controlo activo, pois requer uma quantidade mínima de energia para o seu funcionamento, pelo que a sua alimentação pode ser feita a partir de uma bateria. Os sistemas de controlo semi-activo trazem assim mais segurança em relação aos sistemas de controlo activo, em caso de falhas energéticas [35].

### **5.1.4 Controlo híbrido**

Os sistemas de controlo híbrido combinam em simultâneo os sistemas activo e passivo, tirando partido das potencialidades de cada um. Deste modo, é possível aproveitar as vantagens dos sistemas de controlo activo e ao mesmo tempo reduzir a quantidade de



energia consumida pelo sistema, aumentando assim o seu desempenho e a sua eficiência a nível energético [28].

## 5.2 Amortecedor de massa sintonizada

Um amortecedor de massa sintonizada, ou *tuned mass damper* (TMD), consiste numa massa adicional, que é ligada à estrutura através de uma mola e um amortecedor, dispostos em paralelo. O TMD, sendo um sistema de controlo passivo, actua através da dissipação de energia fornecida pela estrutura. Tal é conseguido através do deslocamento relativo entre a massa adicional e a estrutura, que faz com que surjam forças de inércia que se opõem ao movimento da estrutura. Consequentemente, as amplitudes de vibração devido a uma solitação são reduzidas [55].

Com a instalação de um TMD, é adicionado um grau de liberdade à estrutura, que passa a ter duas frequências adjacentes à frequência inicial de ressonância. De modo a tirar o máximo partido do seu efeito, o TMD é colocado na zona de maiores deslocamentos modais, onde se verificam maiores amplitudes de vibração. Note-se que o amortecedor de massa sintonizada apenas é efectivo numa curta banda de frequências, sendo dimensionado para um determinado modo de vibração. Pode-se dizer que, se as frequências modais forem suficientemente afastadas entre si, um TMD sintonizado para um determinado modo não produz efeito nos restantes. Assim, conclui-se que são necessários tantos TMD's quantos modos de vibração a controlar [55].

### 5.2.1 Fundamentos teóricos

O modelo teórico do funcionamento de um TMD integrado numa estrutura está indicado na Figura 5.1. O modelo é constituído pelo sistema principal de massa  $m_1$  e rigidez  $k_1$ , ao qual está ligada uma massa adicional  $m_2$ , através de uma mola e um amortecedor, de rigidez  $k_2$  e amortecimento  $c_2$ , respectivamente.

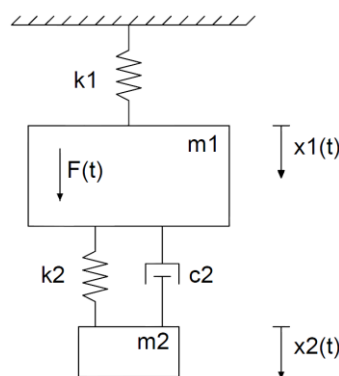


Figura 5.1: Modelo de um TMD ligado ao sistema principal

Considerando a actuação de uma força sinusoidal, o movimento do sistema é regido pelas seguintes equações:

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2 (x_1 - x_2) = F(t) = F_0 \sin(\omega t) \quad (5.1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) = 0 \quad (5.2)$$

em que as soluções são:

$$x_j(t) = X_j e^{i\omega t} \quad j = 1, 2 \quad (5.3)$$

Fazendo a substituição das soluções dadas pela Equação 5.3 nas Equações 5.1 e 5.2, e resolvendo-as em ordem a  $X_j$ , obtêm-se as amplitudes da massa principal  $m_1$  e secundária  $m_2$ :

$$X_1 = \frac{F_0(k_2 - m_2\omega^2 + ic_2\omega)}{[(k_1 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - m_2k_2\omega^2] + i\omega c_2(k_1 - m_1\omega^2 - m_2\omega^2)} \quad (5.4)$$

$$X_2 = \frac{X_1(k_2 + i\omega c_2)}{k_2 - m_2\omega^2 + i\omega c_2} \quad (5.5)$$

Estabelecendo as seguintes relações:

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} - \text{Razão entre a massa secundária e principal;}$$

$$q = \frac{\omega_2}{\omega_1} - \text{Razão entre a frequência do TMD e do sistema principal;}$$

$$\Omega_1 = \frac{\omega}{\omega_1} - \text{Razão entre a frequência de excitação e do sistema principal;}$$

$$X_{est} = \frac{F_0}{k_1} - \text{Deslocamento estático do sistema principal;}$$

$$\xi = \frac{c_2}{2\sqrt{k_2 m_2}} - \text{Coeficiente de amortecimento do TMD;}$$

As Equações 5.4 e 5.5 podem ser escritas por [38]:

$$\frac{k_1 X_1}{F_0} = \frac{X_1}{X_{est}} = \sqrt{\frac{(2\xi\Omega_1)^2 + (\Omega_1^2 - q^2)^2}{(2\xi\Omega_1)^2(\Omega_1^2 - 1 + \mu\Omega_1^2)^2 + [\mu q^2\Omega_1^2 - (\Omega_1^2 - 1)(\Omega_1^2 - q^2)]^2}} \quad (5.6)$$

$$\frac{k_1 X_2}{F_0} = \frac{X_2}{X_{est}} = \sqrt{\frac{(2\xi\Omega_1)^2 + q^4}{(2\xi\Omega_1)^2(\Omega_1^2 - 1 + \mu\Omega_1^2)^2 + [\mu q^2\Omega_1^2 - (\Omega_1^2 - 1)(\Omega_1^2 - q^2)]^2}} \quad (5.7)$$

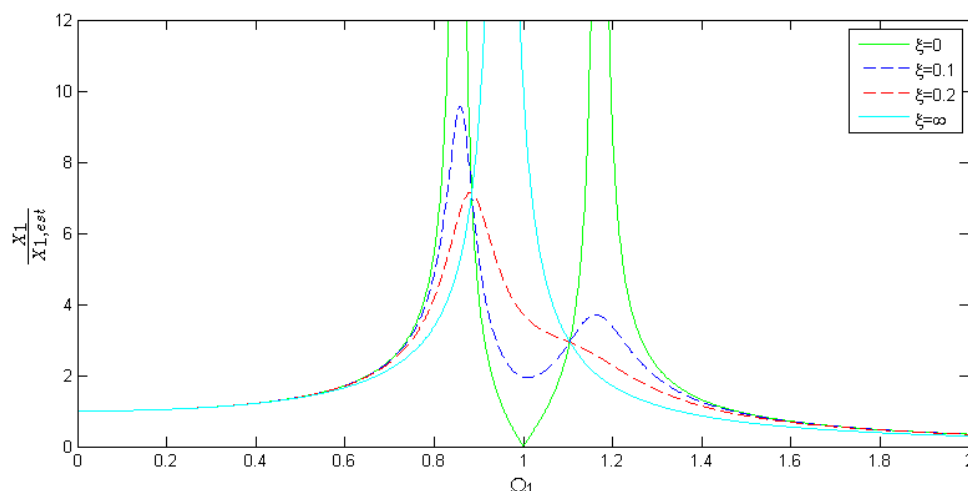


Figura 5.2: Factor de amplificação dinâmica da massa principal para diferentes valores de amortecimento do TMD, adoptando  $\mu = 0.1$  e  $q = 0.1$

No gráfico da Figura 5.2 são apresentadas as várias amplitudes da resposta estrutural em função de  $\Omega_1$ , quando se faz variar o coeficiente de amortecimento do TMD, sendo possível verificar que, com a introdução do sistema de controlo na estrutura, esta passa a ter duas frequências de ressonância, adjacentes à inicial (uma superior e outra inferior). Com a variação do amortecimento, é possível retirar algumas conclusões.

Considerando um amortecimento nulo ( $\xi = 0$ ), observa-se uma resposta dinâmica muito elevada nas duas frequências de ressonância, uma vez que não há dissipação de energia por parte do TMD. Por outro lado, para uma frequência de excitação igual à frequência inicial de ressonância ( $\Omega_1 = 1$ ), verifica-se a eliminação completa das vibrações na estrutura. Contudo, esta eliminação ocorre numa gama muito reduzida de frequências.

Um amortecimento muito elevado para o TMD não é recomendável, uma vez que o deslocamento relativo entre o dispositivo e a estrutura é inferior neste caso, e consequentemente, a energia dissipada pela mola também o será [38]. O único efeito do TMD na resposta dinâmica da estrutura é a diminuição da frequência de ressonância, consequência do aumento da massa na estrutura. Para um amortecimento intermédio, observa-se que é possível a redução dos picos de resposta dinâmica. Assim, o amortecimento ideal será aquele que conduza aos menores picos possíveis nas frequências de ressonância.

Note-se que, no gráfico da Figura 5.2, todas as curvas se cruzam em dois pontos fixos. Deste modo, a amplificação da resposta dinâmica nestes pontos depende apenas de  $\mu$  e  $q$ . Fazendo variar  $q$ , para um determinado amortecimento e rácio de massas, é possível observar a sua influência na resposta dinâmica, como exemplificado na Figura 5.3. Observam-se diferentes intensidades de resposta dinâmica, consoante o valor de  $q$ . Para  $q=0.85$ , observa-se um valor máximo na segunda frequência de ressonância, e para  $q = 1$  regista-se um pico na primeira frequência, sendo de menor intensidade que o primeiro caso. Tomando  $q = 0.955$ , verifica-se uma atenuação da resposta dinâmica, sendo os dois picos

de igual valor, e de menor intensidade que os dois casos anteriores. Portanto, seria esse o valor ideal para a sintonização da frequência do TMD.

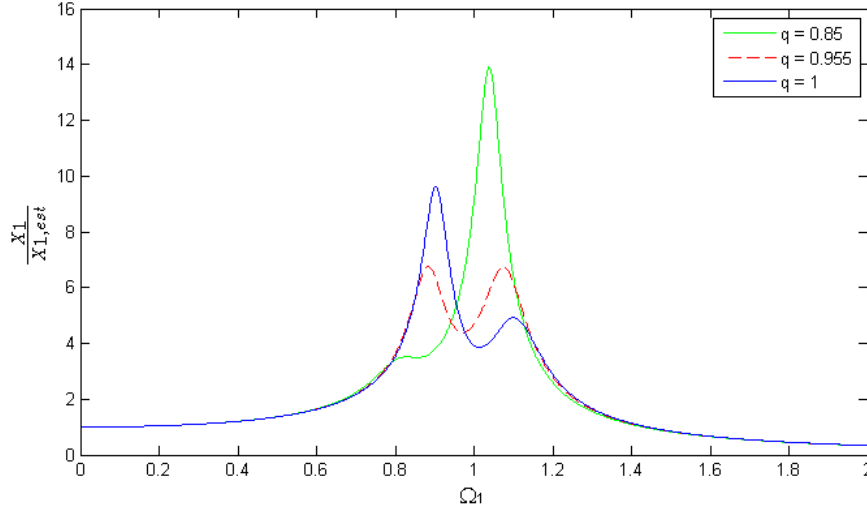


Figura 5.3: Factor de amplificação dinâmica da massa principal para diferentes valores de  $q$ , adoptando  $\xi = 0.1$  e  $\mu = 0.05$

Na Figura 5.4 são apresentadas várias curvas da resposta dinâmica, para determinados  $\xi$  e  $q$ , fazendo variar o rácio de massas. Da sua observação, é possível verificar que à medida que se aumenta  $\mu$ , os dois picos das curvas se vão afastando entre si. Logo, o aumento da massa do TMD faz com que o intervalo entre as duas frequências de ressonância aumente, e portanto a banda de actuação do TMD seja maior. Assim, é de interesse que a massa do TMD seja a maior possível, embora estejam presentes certas condicionantes, como o espaço disponível na estrutura, para a sua instalação.

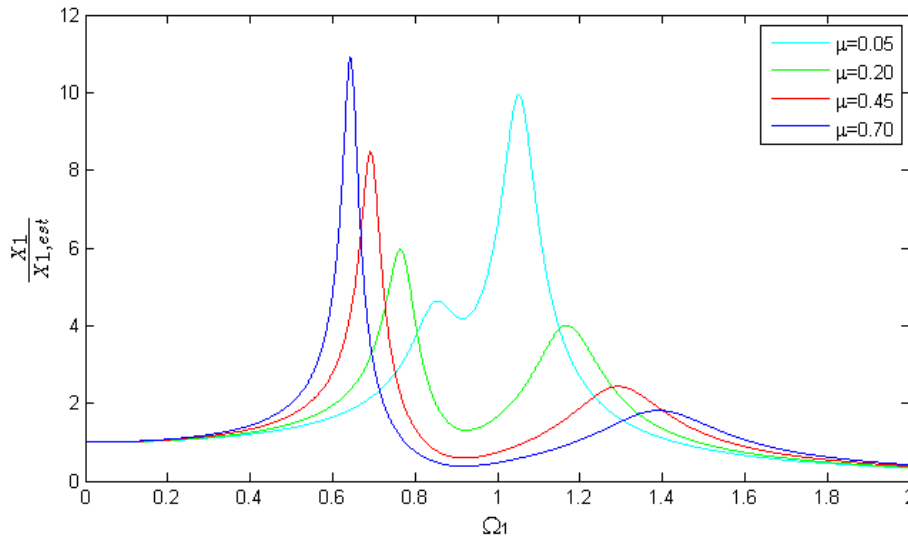


Figura 5.4: Factor de amplificação dinâmica da massa principal para diferentes valores de  $\mu$ , adoptando  $\xi = 0.1$  e  $q = 0.9$

Os parâmetros a adoptar no TMD são portanto os que conduzem a menores factores de amplificação possíveis. Segundo estudos de Den Hartog [26], os parâmetros óptimos são os que conduzem a que os dois pontos fixos referidos anteriormente tenham o mesmo factor de amplificação dinâmica. Tendo em conta que o factor de amplificação pode depender apenas do rácio de massas, definindo a frequência óptima do TMD como:

$$\omega_{2,opt} = q_{opt} \omega_1 = \frac{1}{1 + \mu} \omega_1 \quad (5.8)$$

O factor de amplificação dinâmico é dado por:

$$\frac{X_1}{X_{1,est}} = \sqrt{\frac{2 + \mu}{\mu}} \quad (5.9)$$

Em relação ao coeficiente de amortecimento óptimo do TMD, é obtido por:

$$\xi_{2,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (5.10)$$

É de notar ainda que no modelo de funcionamento de um TMD, o amortecimento da estrutura não é considerado. De facto, Bachmann e Weber [7] propõem a aplicação das expressões anteriores no caso em que o amortecimento estrutural é baixo ( $\xi \leq 2\%$ ), expressões essas que foram deduzidas para situações idealizadas, em que o amortecimento da estrutura é nulo. A não consideração do amortecimento prende-se com o facto das amplitudes máximas de vibração serem muito semelhantes, quer se considere o amortecimento ou não. No caso de estruturas com amortecimento elevado, a aplicação das referidas expressões pode conduzir a erros significativos, pelo que nesta situação é sugerida a consulta de ábacos para a determinação dos parâmetros do TMD [7].

### 5.2.2 Metodologia de dimensionamento de um TMD

Para o dimensionamento correcto do sistema de controlo passivo, é necessário inicialmente definir uma aceleração limite  $a_{adm}$  de acordo com os limites recomendados pelas normas. A aplicação de um TMD tem como objectivo garantir que esse limite não seja excedido:

$$a_{max} \leq a_{adm} \quad (5.11)$$

O próximo passo consiste em identificar os casos de carregamento mais gravosos, isto é, os que produzem maiores acelerações máximas, e os modos de vibração associados. A localização do dispositivo, para cada caso, será no ponto correspondente ao maior deslocamento da configuração modal, uma vez que a energia dissipada pelo TMD é directamente proporcional à velocidade, que por sua vez também é proporcional ao deslocamento [38]. Posteriormente, é necessário determinar os parâmetros óptimos do TMD

que se pretende aplicar, ou seja, a sua massa, rigidez e amortecimento. De modo a que as acelerações máximas observadas não ultrapassem o limite definido, calcula-se o deslocamento máximo  $d_{max}$  associado à aceleração limite, para o modo de vibração  $n$  correspondente ao caso de carregamento condicionante.

$$d_{max} = X_1 = \frac{a_{max}}{\omega_n^2} \quad (5.12)$$

O deslocamento estático  $X_{1,est}$  pode ser simplifadamente obtido aplicando no modelo de elementos finitos uma carga estática de valor correspondente à amplitude  $F_0$  do carregamento pedonal. No caso de um carregamento pedonal uniformemente distribuído por unidade de área, a carga é aplicada em toda a área do tabuleiro, no mesmo sentido da configuração do modo de vibração em causa, conforme exemplificado na Figura 2.12. Deste modo, é possível calcular o factor de amplificação dinâmica  $X_1 / X_{1,est}$ , que, por sua vez, permite calcular o rácio de massas  $\mu$ , a partir da Equação 5.9. Conhecida a relação entre a massa do TMD e do sistema principal, são aplicadas as Equações 5.8 e 5.10 para se determinarem a frequência óptima e o coeficiente de amortecimento do TMD, respectivamente. Assim, estão definidos todos os parâmetros que permitem calcular a massa  $m_2$ , a rigidez  $k_2$  e o amortecimento  $c_2$  óptimos do TMD.

Note-se que, para a determinação da massa  $m_2$ , é necessário conhecer a massa  $m_1$  do sistema principal, que corresponde à massa modal associada ao modo de vibração em análise. Uma vez que este parâmetro pode tomar uma infinidade de valores, dependendo do tipo de normalização, é adoptado um critério em que se atribui o valor unitário à componente modal segundo o grau de liberdade associado ao TMD. O programa SAP2000 faz uma análise modal com uma normalização do tipo:

$$M_n = \phi_n^T M \phi_n = 1 \quad (5.13)$$

em que  $M_n$  é a massa modal e  $\phi_n$  o vector das componentes modais, associados ao modo  $n$ , e  $M$  a matriz de massa associada à estrutura. Deste modo, torna-se necessário fazer a correcção do valor da massa modal obtida no programa, que assume valor unitário, multiplicando-a por  $1/(\phi_n)^2$ , sendo  $\phi_n$  a componente modal associada ao grau de liberdade da aplicação do TMD, do modo de vibração  $n$ .

Finalmente, os parâmetros óptimos para o dimensionamento do TMD são calculados a partir das seguintes expressões:

$$m_2 = \mu M_n \quad (5.14)$$

$$k_2 = m_2 (\omega_{2,opt})^2 \quad (5.15)$$

$$c_2 = 2\xi_2 \sqrt{k_2 m_2} \quad (5.16)$$

Em certos casos, devido a condicionantes construtivas ou falta de espaço disponível, a aplicação do TMD na estrutura pode não ser possível. Assim, a solução passa pela aplicação de vários dispositivos de dimensão inferior ao TMD inicial e com parâmetros tais

que, em conjunto, produzam o efeito equivalente ao do TMD dimensionado inicialmente. É então definido um factor de participação  $\beta_i$ , com o qual se afectam os parâmetros de cada TMD, de tal forma que:

$$\sum_{i=1}^n \beta_i = 1 \quad (5.17)$$

$n$  é o número total de dispositivos a colocar. Assim, pode-se dizer que o factor de participação  $\beta_i$  traduz a contribuição do dispositivo  $i$  no controlo de vibrações da estrutura.

## 5.3 Dimensionamento do sistema de controlo

### 5.3.1 Quantificação das cargas pedonais

Uma vez que, segundo o Sétra, não é necessária qualquer verificação da resposta dinâmica (considerando o tráfego real do passadiço) optou-se por simular níveis de tráfego pedonal hipotéticos e que são superiores aos observados na realidade, de modo a agravar a resposta da estrutura.

Deste modo, foram analisadas as classes I e II, de modo a perceber a influência da intensidade do tráfego pedonal na resposta estrutural. Conforme indicado no Capítulo 2, foi necessário calcular as frequências naturais da estrutura considerando a massa dos peões. A partir das densidades pedonais definidas na Tabela 2.6, e da área total do tabuleiro correspondente a  $162.31 \text{ m}^2$ , definiram-se as cargas indicadas na Tabela 5.1, a serem aplicadas em toda a área do tabuleiro, assumindo que o peso estático de um peão é 700 N.

Tabela 5.1: Carregamentos estáticos dos peões

Classe	$d$ [peões/m <sup>2</sup> ]	$N$	Peso total de peões [kN]	Carregamento [kN/m <sup>2</sup> ]
I	1	162.31	113.62	0.70
II	0.8	129.85	90.90	0.56

As frequências próprias são apresentadas na Tabela 5.2. Pode-se observar que, para um dado modo, ao aumentar o tráfego pedonal, a frequência diminui, como seria de esperar, uma vez que foi adicionada massa à estrutura.

Tabela 5.2: Frequências naturais conforme a classe de tráfego do passadiço

Modo	Modo	Frequência [Hz]	
		Classe I	Classe II
1	1º Vertical	2.73	2.78
2	2º Vertical	3.48	3.55
3	1º Torção	4.33	4.37

Através das Equações 2.5 e 2.6, determinou-se o número equivalente de peões  $N_{eq}$  para cada classe, como apresentado na Tabela 5.3. Para o amortecimento da estrutura, foram considerados os valores estimados a partir das medições experimentais, indicados na Tabela 4.9.

Tabela 5.3: Número equivalente de peões para as diferentes classes

Classe	$d$ [peões/m <sup>2</sup> ]	$N$	$N_{eq}$
I	1.00	162.31	23.57
II	0.80	129.85	9.53

Com base nas Tabelas 2.3 e 2.4, determinou-se as gamas de risco associadas às frequências, e definiu-se os casos de carregamento a analisar, estando estes expostos na Tabela 5.4. Os casos de carregamento a verificar correspondem ao efeito da 2ª harmónica (caso 3) para a direcção vertical. Tal justifica-se pelo facto de as frequências próprias da estrutura serem ligeiramente maiores às frequências típicas de um andamento pedonal, e por isso apenas a 2ª harmónica do carregamento pedonal é capaz de solicitá-las, uma vez que a frequência da 2ª harmónica corresponde ao dobro da frequência da 1ª harmónica.

Tabela 5.4: Casos de carregamento a considerar

Modo	Direcção	Classe	Frequência [Hz]	Gama de risco	Caso de carregamento
1	Vertical	I	2.73	3	Caso 3
		II	2.78	3	Caso 3
2	Vertical	I	3.48	3	Caso 3
		II	3.55	3	Caso 3
3	Vertical	I	4.33	3	Caso 3
		II	4.37	3	Caso 3

Calculando o factor de redução  $\psi$  a partir da Figura 2.11, obtêm-se finalmente os carregamentos pedonais, apresentados na Tabela 5.5. Comparando os vários carregamentos, é possível verificar que o carregamento de maior amplitude corresponde a 10.16 N para o 2º modo vertical, adoptando a classe I.

Tabela 5.5: Carregamentos pedonais considerados

Modo	Direcção	Classe	Caso de carga	$\psi$	Carregamento (N/m <sup>2</sup> )
1	Vertical	I	Caso 3	0.84	$8.51 \cos(2\pi * 2.73 t)$
		II	Caso 3	0.78	$3.19 \cos(2\pi * 2.78 t)$
2	Vertical	I	Caso 3	1.00	$10.16 \cos(2\pi * 3.48 t)$
		II	Caso 3	1.00	$4.11 \cos(2\pi * 3.55 t)$
3	Vertical	I	Caso 3	0.84	$8.51 \cos(2\pi * 4.37 t)$
		II	Caso 3	0.79	$3.24 \cos(2\pi * 4.44 t)$



Uma vez quantificados os carregamentos, é necessário implementá-los no modelo de EF. Para tal, foi definida uma função de carga, no SAP2000, para cada um dos carregamentos apresentados na Tabela 5.5, de modo a definir a variação da força ao longo do tempo. Escolheu-se uma função do tipo co-seno, indicando o respectivo período, amplitude, o passo de tempo e o número de ciclos, como exemplificado na Figura 5.5, para o carregamento correspondente ao Modo 1 – Classe I. A definição da função deverá ser suficientemente refinada de modo a incluir o maior número de pontos representativos da função. Desta forma, aumenta-se o rigor da análise, à custa de maiores tempos de cálculo.

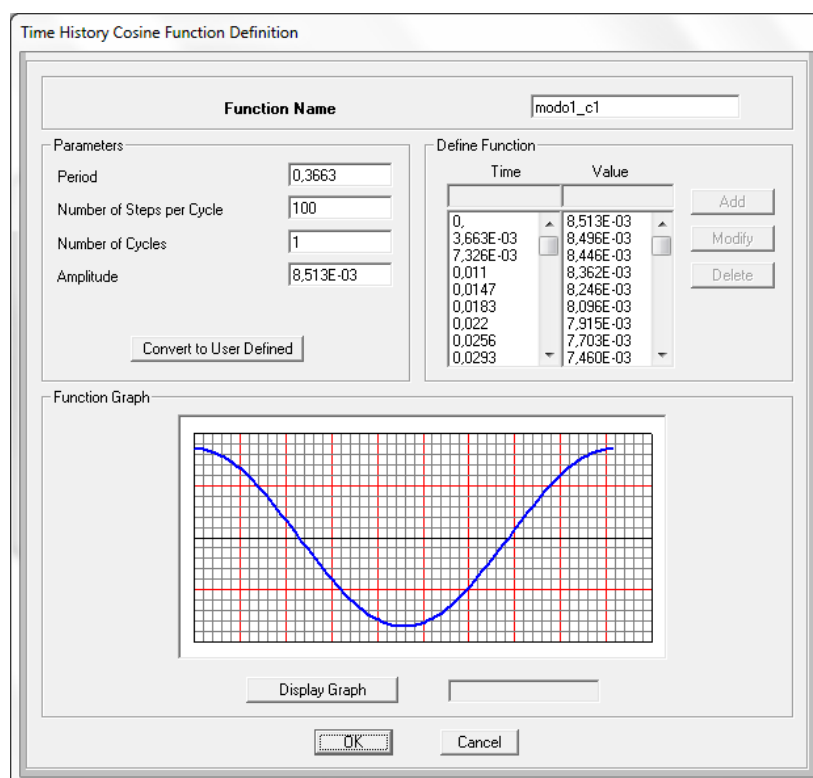


Figura 5.5: Definição da série temporal para o caso de carregamento Modo 1 – Classe I no SAP2000

Tendo as funções definidas, o próximo passo é aplicar os carregamentos na estrutura. Para que o carregamento produza o máximo efeito na resposta dinâmica, é aplicada uma carga unitária com o mesmo sentido da configuração modal, para cada modo de vibração. Assim, foram criados três padrões de carregamento (um para cada modo), e aplicadas cargas unitárias verticais (por unidade de área), no tabuleiro, com as configurações indicadas na Figura 5.6.

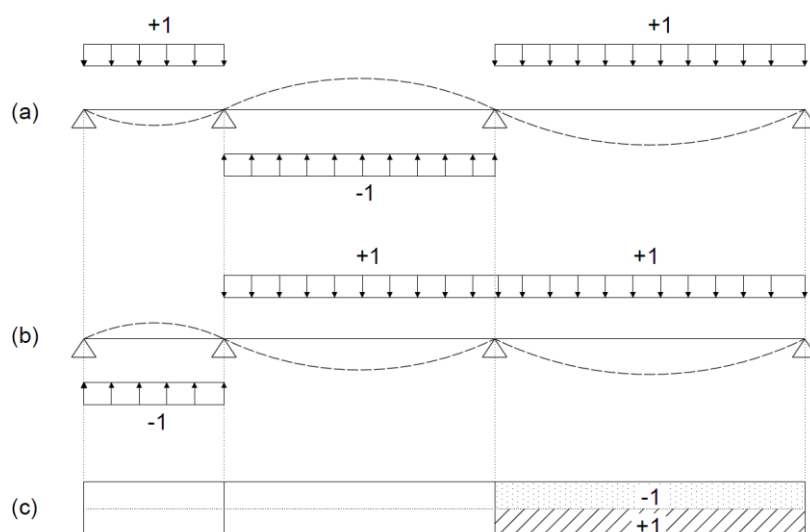


Figura 5.6: Configuração das cargas unitárias: (a) Modo 1 – direcção vertical (alçado planificado do tabuleiro); (b) Modo 2 – direcção vertical (alçado planificado do tabuleiro); (c) Modo 3 – direcção vertical (vista planificada sobre o tabuleiro);

De seguida, é necessário associar as cargas unitárias da Figura 5.6 às séries temporais definidas anteriormente. Para tal, foi criado um caso de carga para cada um dos carregamentos definidos na Tabela 5.5, do tipo *Time History*, conforme descrito no Anexo C.

### 5.3.2 Resposta dinâmica face às cargas pedonais

Uma vez feita a análise dos casos de carregamento, obtiveram-se as acelerações máximas para cada um dos casos de carregamento, apresentadas na Tabela 5.6.

Tabela 5.6: Acelerações máximas para cada caso de carregamento

Modo	Direcção	Classe	Aceleração máxima [m/s <sup>2</sup> ]
1º Vertical	Vertical	I	2.22
		II	0.86
2º Vertical	Vertical	I	3.04
		II	1.33
1º Torção	Vertical	I	1.25
		II	0.49

Numa primeira análise, verifica-se que a maior aceleração obtida corresponde ao carregamento associado ao 2º modo vertical, para uma classe I, carregamento esse que se viu ser o de maior amplitude, pela Tabela 5.6. Comparando as acelerações em relação às classes, observa-se que se obtêm acelerações bastantes superiores para uma ponte de

classe I, do que para classe II. Isto significa que ao aumentar o tráfego pedonal na ponte, as acelerações também aumentam, e consequentemente o risco de ressonância. Em relação aos limites de conforto recomendados pelo Sétra, todos são algo ultrapassados no caso de uma ponte classe I, em que se registam acelerações relativamente elevadas, em especial no 2º modo vertical. Para uma ponte de classe II, a aceleração do 2º modo vertical é excedida, sendo que as dos restantes modos verificam o grau de conforto médio. Como era esperado, os pontos máximos das acelerações localizam-se a meio vão do troço 3, para o 1º modo vertical, a meio vão do troço 2, para o 2º modo vertical, e na extremidade lateral a meio vão do 3º troço, para o 1º modo de torção. A evolução das acelerações ao longo do tempo, nos referidos pontos, pode ser observada nas Figuras 5.7 à 5.12. Verifica-se que a estabilização da resposta, para todos os casos de carregamento, ocorre aproximadamente aos 30 segundos de actuação dos carregamentos.

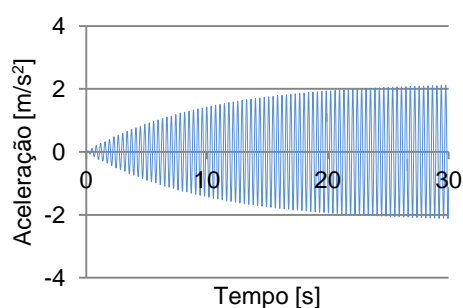


Figura 5.7: Aceleração máxima para 1º modo vertical – classe I

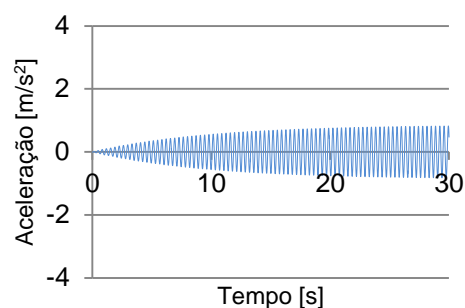


Figura 5.8: Aceleração máxima para 1º modo vertical – classe II

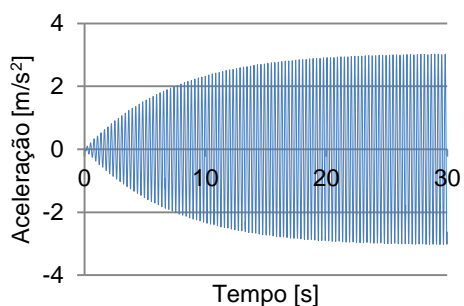


Figura 5.9: Aceleração máxima para 2º modo vertical – classe I

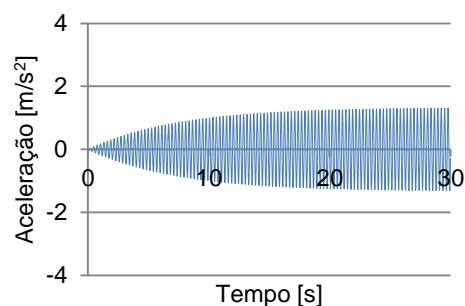


Figura 5.10: Aceleração máxima para 2º modo vertical – classe II

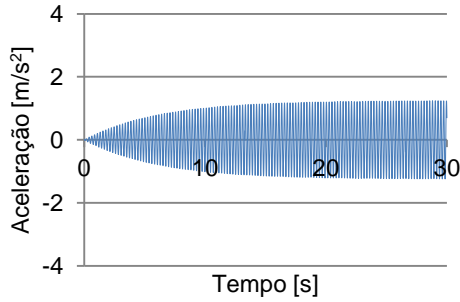


Figura 5.11: Aceleração máxima para 1º modo de torção, direcção vertical – classe I

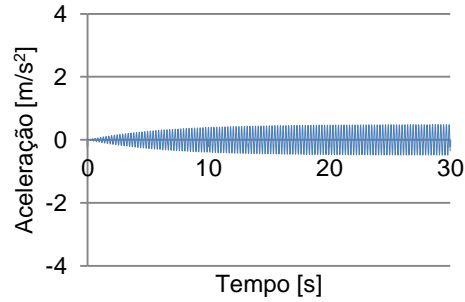


Figura 5.12: Aceleração máxima para 1º modo de torção, direcção vertical – classe II

Analisadas as acelerações máximas obtidas pelo modelo do Sétra, apresentadas na Tabela 5.6, é possível constatar que os casos mais graves correspondem às solicitações do 1º modo vertical e 2º modo vertical, ambas para uma estrutura de classe I, com acelerações verticais de 2.22 e 3.04 m/s<sup>2</sup>, respectivamente. Deste modo, irão ser apresentadas duas soluções: uma solução para o 1º modo vertical e outra para o 2º modo vertical. Para o modo de torção não foi elaborada nenhuma solução pois, para além de o conforto médio definido pelo Sétra ser verificado (para uma estrutura de classe II), a frequência natural da estrutura é de 4.56 Hz. Tendo em conta as frequências das acções pedonais, esse valor situa-se acima dessas frequências, não sendo por isso um modo susceptível de ser excitado pela acção pedonal. Considerando os limites de aceleração indicados pelo Sétra, os sistemas de controlo irão ser dimensionados para um grau de conforto máximo, correspondente a uma aceleração máxima admissível de 0.5 m/s<sup>2</sup>.

### 5.3.3 Aplicação de um TMD para o 1º modo vertical

No primeiro modo de vibração vertical, ocorrem problemas de vibração excessiva, sendo o ponto a meio vão do troço 3 onde se registam maiores acelerações, uma vez que esse ponto corresponde ao valor máximo da configuração modal. Logicamente, é nesse ponto que deve ser implementado o dispositivo de controlo. Tendo definida a aceleração limite, é possível calcular o respectivo deslocamento máximo, pela Equação 5.12:

$$d_{max} = X_1 = \frac{0.5}{(2\pi \cdot 3.00)^2} = 1.41 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (5.18)$$

Para o cálculo do deslocamento estático  $X_{1,est}$ , a carga a aplicar no modelo será de valor igual à amplitude do carregamento pedonal condicionante, que neste caso corresponde a 8.51 N/m<sup>2</sup>. É registado então o valor do deslocamento a meio vão do troço 3:

$$X_{1,est} = 9.30 \times 10^{-5} \text{ m} \quad (5.19)$$

o que permite calcular o factor de amplificação dinâmica:

$$\frac{X_1}{X_{1,est}} = \frac{1.41 \times 10^{-3}}{9.30 \times 10^{-5}} = 15.13 \quad (5.20)$$

Deste modo, o rácio de massas  $\mu$  é determinado pela Equação 5.9, o que resulta em  $\mu = 0.0088$ . Consequentemente, obtêm-se os valores da frequência e amortecimento óptimos pelas Equações 5.8 e 5.10, respectivamente:

$$\omega_{2,opt} = \frac{1}{1 + 0.0088} \cdot 2\pi \cdot 3.00 = 18.69 \text{ rad/s} \quad (5.21)$$

$$\xi_{2,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 0.0088}{8(1 + 0.0088)^3}} = 0.0566 \quad (5.22)$$

Sendo a componente modal, na direcção vertical, a meio vão do troço 3 igual a 0.2587, para o primeiro modo vertical, a massa modal associada é dada por:

$$M_1 = \frac{1}{\phi_1^2} = \frac{1}{0.2587^2} = 14.9 \text{ ton} \quad (5.23)$$

Finalmente, os parâmetros óptimos do TMD são calculados pelas Equações 5.14 à 5.16, resultando nos valores apresentados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7: Parâmetros óptimos para um TMD sintonizado com o 1º modo vertical

Modo	$m_2$ [kg]	$k_2$ [kN/m]	$c_2$ [kN.s / m]
1º Vertical	131	45.761	0.277

No gráfico da Figura 5.13, é possível observar o efeito atenuante que o TMD provoca na resposta dinâmica da estrutura, mitigando eficazmente as vibrações devido às acções pedonais. É possível distinguir dois máximos de igual valor, de acordo com a filosofia de dimensionamento do TMD. Tendo em conta que, pelos resultados da Tabela 5.7, a massa do TMD é de 131 kg, pensa-se que não será necessária a sua redistribuição por dispositivos de menores dimensões, uma vez que a aplicação de um dispositivo de 131 kg é facilmente implementável, analisadas as condicionantes geométricas. Assim, a solução final para o controlo de vibrações no 1º modo vertical consiste em aplicar um TMD com as características definidas na Tabela 5.7, a meio vão do troço 3.

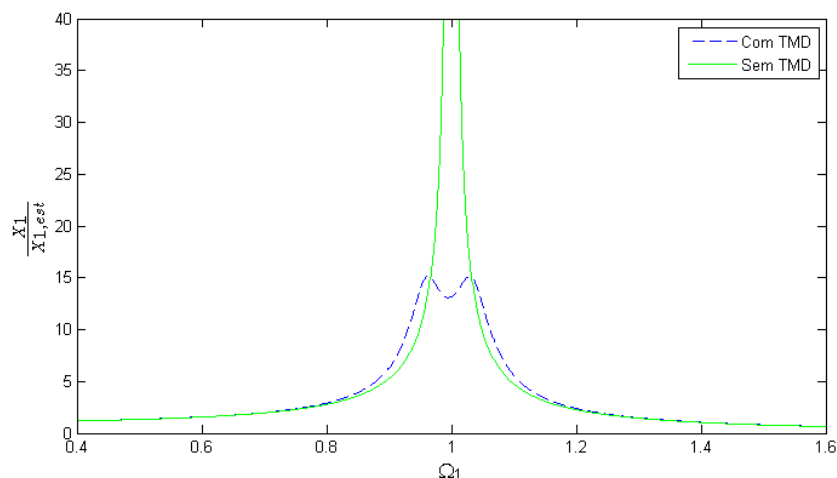


Figura 5.13: Resposta dinâmica da estrutura com e sem sistema de controlo – 1º modo vertical

Tendo as propriedades do TMD definidas, procedeu-se à incorporação do dispositivo no modelo de elementos finitos, de modo a verificar as acelerações máximas. O TMD foi modelado de acordo com o procedimento indicado no anexo D, onde é descrita a modelação de um TMD no programa SAP2000. A aceleração máxima resultante do carregamento pedonal definido pelo Sétra, com a aplicação do TMD, pode ser observada no gráfico da Figura 5.14, onde se verifica uma clara redução da resposta estrutural, em que a aceleração máxima diminuiu para  $0.5 \text{ m/s}^2$ , tal como se pretendia. Assim, com a aplicação deste sistema de controlo, é possível uma redução da aceleração máxima em cerca de 77%, respeitando assim os limites de conforto máximo estabelecidos pelo Sétra.

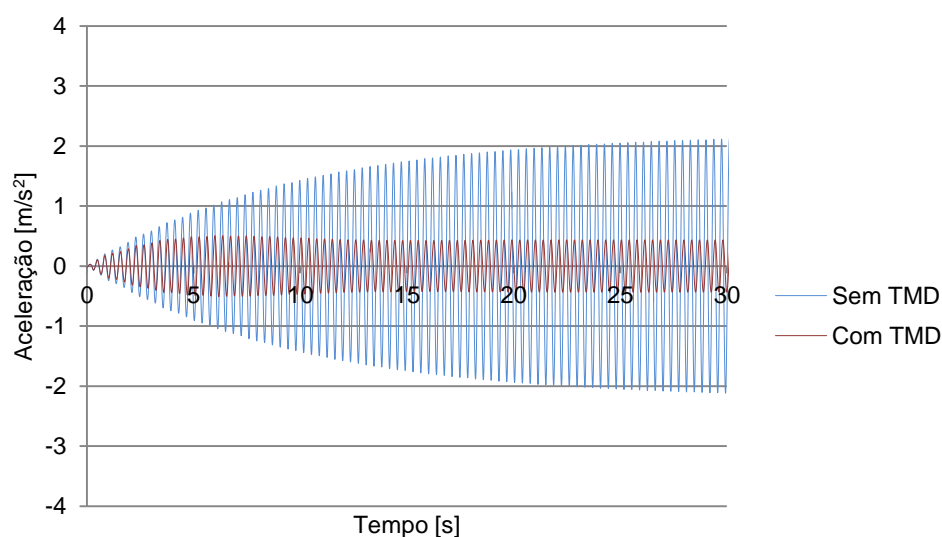


Figura 5.14: Aceleração máxima a meio vão do troço 3 com TMD sintonizado para o 1º modo vertical

Foi ainda analisado o efeito que a aplicação do TMD sintonizado com o 1º modo vertical tem nos restantes modos. Constatou-se que, para o 2º modo vertical, a aceleração máxima diminuiu 12%, como se pode observar na Figura 5.15. Para o 1º modo de torção, na direcção vertical, a redução foi de 17%. Assim, verifica-se que o TMD sintonizado no 1º modo vertical produz efeito nos restantes modos, ainda que de modo menos eficiente, uma vez que o TMD actua numa banda de frequências, e não apenas num valor específico.

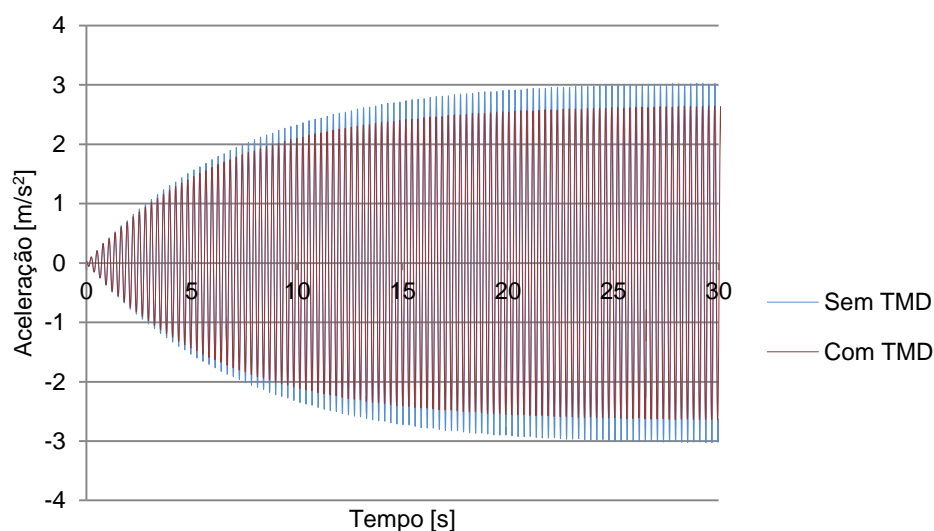


Figura 5.15: Aceleração vertical máxima a meio vão do troço 2 com TMD sintonizado para o 1º modo vertical

### 5.3.4 Aplicação de um TMD para o 2º modo vertical

O processo de cálculo dos parâmetros óptimos do TMD sintonizado para o 2º modo vertical é semelhante ao descrito na Secção 5.3.3, estando neste caso o ponto mais gravoso localizado a meio vão do troço 2, sendo então feita a implementação do sistema de controlo nesse ponto. Os parâmetros necessários para o dimensionamento do TMD são resumidamente apresentados na Tabela 5.8, para uma aceleração limite de 0.5 m/s².

Tabela 5.8: Dimensionamento do TMD sintonizado com o 2º modo vertical

Modo	$X_1$ [m]	$X_{1,est}$ [m]	$\mu$	$\omega_{2,opt}$ [rad/s]	$\xi_{2,opt}$	$M_2$ [ton]
2º Vertical	8.63E-04	6.07E-05	0.0099	23.83	0.0601	11.7

Na Tabela 5.9, estão então definidos os valores a adoptar para a massa, rigidez e amortecimento do TMD a aplicar.

Tabela 5.9: Parâmetros óptimos para um TMD sintonizado com o 2º modo vertical

Modo	$m_2$ [kg]	$k_2$ [kN/m]	$c_2$ [kN.s / m]
2º Vertical	116	65.682	0.331

A resposta dinâmica da estrutura é observada no gráfico da Figura 5.16, que é visivelmente atenuada, tal como no caso da solução anterior. Novamente, para uma massa de 116 kg supõe-se que a aplicação de um único dispositivo seja possível, pelas mesmas razões referidas para a solução do 1º modo vertical.

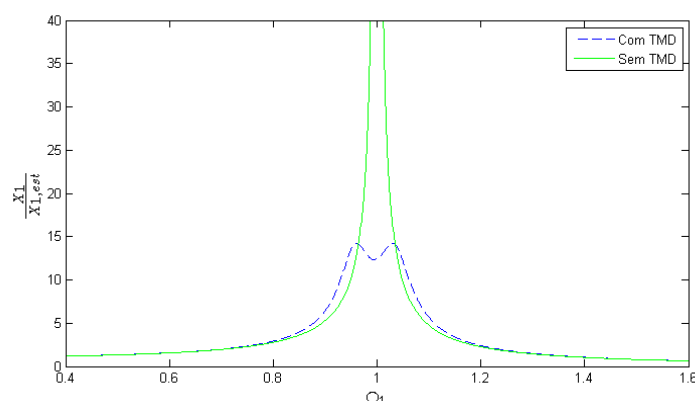


Figura 5.16: Resposta dinâmica da estrutura com e sem sistema de controlo – 2º modo vertical

Tendo sido feita a inclusão do TMD no modelo numérico, tal como descrito no anexo D, a meio vão do troço 2, a resposta dinâmica traduzida em aceleração pode ser observada no gráfico da Figura 5.17. De modo idêntico à solução para o 1º modo vertical, é novamente verificada uma mitigação das acelerações, neste caso em 84%, estando assim os limites verificados.

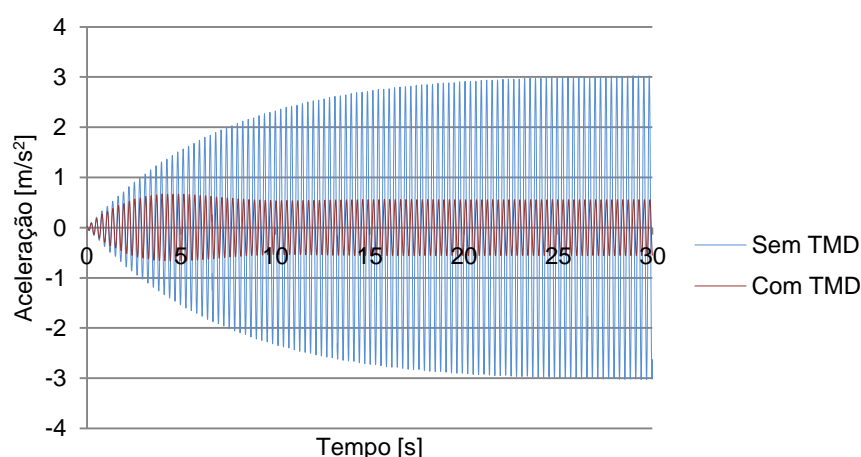


Figura 5.17: Aceleração máxima a meio vão do troço 2 com TMD sintonizado com o 2º modo vertical



Analisando o efeito que a aplicação do TMD sintonizado com o 2º modo vertical tem nos restantes modos, observa-se uma atenuação da resposta dinâmica em cerca de 6% para o 1º modo vertical, como ilustrado na Figura 5.18. Conclui-se que o sistema de controlo sintonizado para o 2º modo vertical mitiga as vibrações do 1º modo vertical, e vice-versa. Em relação ao modo de torção, é observada uma diminuição de apenas 0.4% na aceleração vertical máxima, com a aplicação do TMD sintonizado com o 2º modo vertical. Assim, conclui-se que este TMD praticamente não tem qualquer efeito na atenuação das vibrações verticais relativas ao modo de torção. Tal poderá ser explicado pelo facto de o seu ponto de aplicação (a meio vão do troço 2) ser distante do ponto onde se verifica uma maior componente vertical na configuração do modo de torção (a meio vão do troço 3, que corresponde ao vão principal da configuração modal), tornando-se por isso menos eficiente.

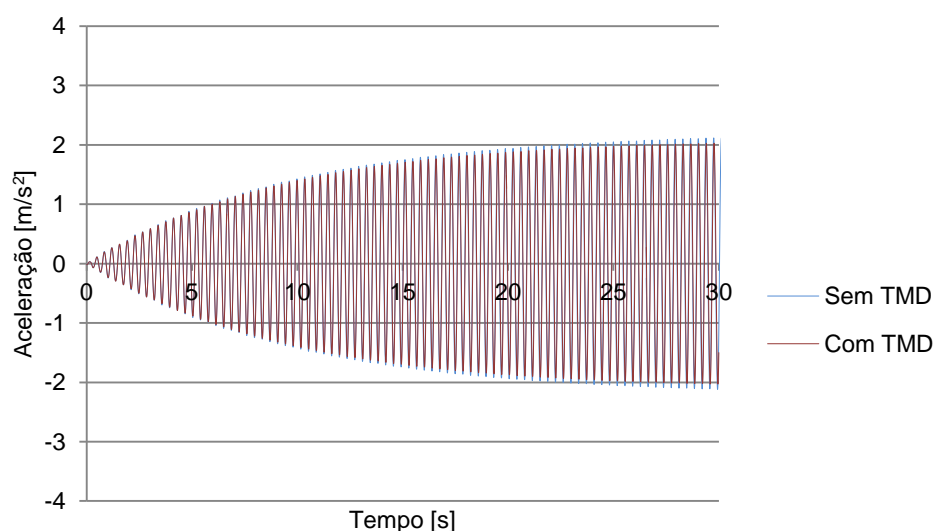


Figura 5.18: Aceleração máxima a meio vão do troço 3 com TMD sintonizado com o 2º modo vertical

Nas Figuras 5.19 e 5.20 são apresentadas as séries temporais das acelerações verticais, a meio vão dos troços 3 e 2, respectivamente, considerando a actuação simultânea das duas soluções de controlo propostas.

Em conclusão, a implementação do sistema de controlo dimensionado no presente capítulo garante que as acelerações verticais não ultrapassem o limite estabelecido ( $0.5 \text{ m/s}^2$ ), garantido assim o conforto dos utilizadores do passadiço.

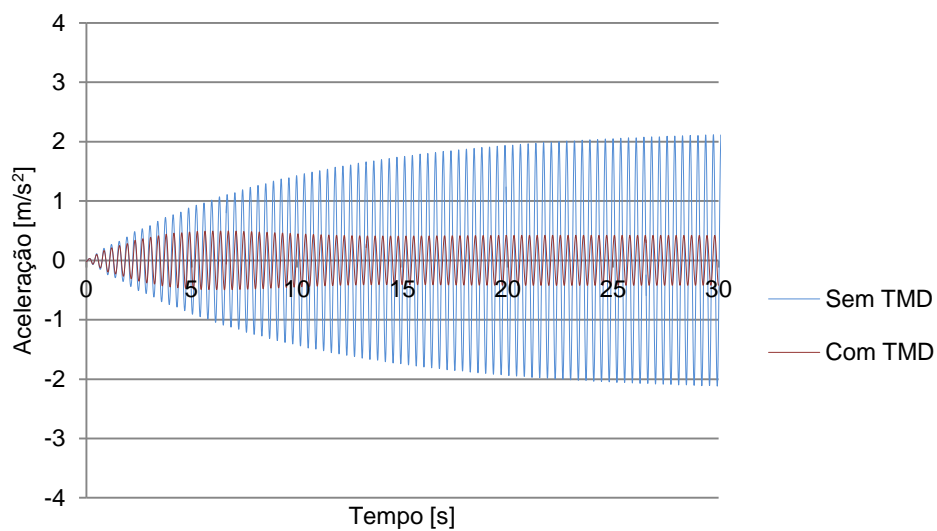


Figura 5.19: Aceleração vertical máxima a meio vão do troço 3 com os dois TMD's implementados simultaneamente

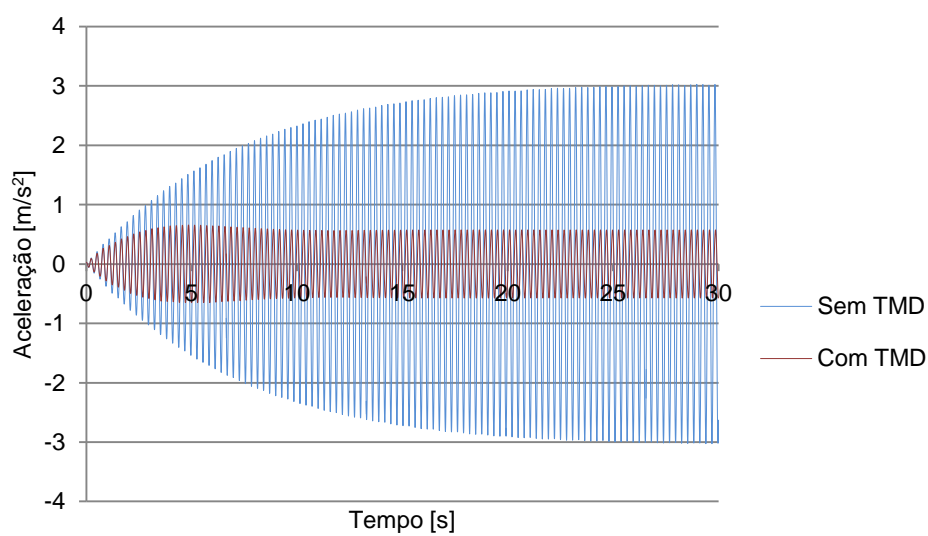


Figura 5.20: Aceleração vertical máxima a meio vão do troço 2 com os dois TMD's implementados simultaneamente

## Capítulo 6

### Conclusões

A elevada esbelteza e leveza associadas às pontes pedonais construídas nos últimos anos faz com as vibrações excessivas sejam uma problemática inerente a este tipo de estruturas. Embora não comprometam a segurança estrutural, podem causar desconforto às pessoas que as atravessam. Torna-se então essencial prevenir este tipo de fenómeno. Têm sido propostos vários modelos que incidem nesta matéria, dos quais se destaca o elaborado pelo Sétra, utilizado neste trabalho para a caracterização da acção de multidões sobre passadiços pedonais. Este modelo tem vindo a ganhar relevância pela sua simplicidade e facilidade de aplicação, sendo que permite, ao mesmo tempo, ter em conta os fenómenos de sincronização peão-peão e peão-estrutura.

No presente trabalho, esta temática foi estudada tendo como base a elaboração de um modelo de elementos finitos. Os ensaios experimentais de identificação modal vieram a permitir validar o modelo desenvolvido. Verificou-se que as características dinâmicas do modelo de EF inicial não coincidiam com as actuais, tendo-se procedido à sua actualização. Foi efectuado um estudo paramétrico no modelo, tendo-se concluído que era necessário aumentar a rigidez longitudinal dos apoios dos encontros, bem como aumentar a massa no tabuleiro e diminuir a sua rigidez. Estas alterações permitiram obter modos de vibração mais semelhantes aos reais, até ao terceiro modo. Fez-se uma análise MAC, que permitiu quantificar a qualidade do modelo final, tendo-se obtido resultados relativamente satisfatórios. O erro mais significativo corresponde ao modo de torção (8%). A geometria complexa do passadiço em estudo poderá ter dificultado a precisão do modelo efectuado, como algumas das hipóteses simplificativas adoptadas. De qualquer forma, a consulta dos elementos de projecto assim facilitou bastante a fase de modelação e veio a aumentar o rigor. Foi ainda realizado um ensaio experimental no passadiço, que permitiu comparar as acelerações obtidas experimental e numericamente, sendo que os resultados revelaram-se praticamente idênticos entre si, o que veio reforçar o grau de confiança do modelo de EF.

A frequência natural obtida foi de 3 Hz, associada a um modo de vibração vertical. Apesar de, pelas normas BS 5400 e SIA 260, a frequência natural incidir na gama de frequências críticas, o guia técnico do Sétra conduz à conclusão de que o passadiço em estudo não é susceptível a fenómenos de vibração excessiva, não tendo sido necessário realizar análises dinâmicas posteriores. Assim, é assumido que os níveis de vibração do passadiço respeitam o conforto dos peões. É de salientar que não foram observados quaisquer modos de vibração na direcção lateral, quer no modelo numérico, quer a partir dos ensaios de

campo. Tal poderá ser explicado pela elevada rigidez de flexão lateral do tabuleiro, proporcionada pela laje mista. Deste modo, o passadiço pedonal em estudo não se apresenta particularmente susceptível ao fenómeno de sincronização horizontal.

O estudo da implementação de um sistema de controlo passivo, através de amortecedores de massa sintonizada, permitiu observar o seu efeito atenuante na resposta dinâmica da estrutura. Uma vez que o tráfego pedonal actual a que o passadiço está sujeito não justifica um sistema de controlo, optou-se por simular níveis de tráfego superiores aos reais, de modo a agravar a resposta dinâmica, tendo os TMD sido dimensionados para um grau de conforto máximo. Poder-se-ia ter considerado um grau de conforto médio, uma vez que os peões são mais tolerantes a vibrações nesta direcção, para se ter soluções mais económicas.

Com a implementação do sistema de controlo passivo, as acelerações reduziram significativamente, conseguindo-se o grau de conforto pretendido. As massas sintonizadas permitem uma fácil implementação, sendo também uma solução económica pois não é necessário qualquer fornecimento de energia exterior, como acontece nos sistemas de controlo activo. Para o caso em estudo, o sistema passivo constitui uma melhor solução, pois apenas foi necessário controlar os dois primeiros modos de vibração vertical, sendo que o activo justifica-se nos casos em que se tem de controlar diversos modos [38]. Os TMD's são uma solução eficaz e económica para a mitigação das vibrações, explicando assim o seu uso frequente nas pontes pedonais.

# Referências bibliográficas

- [1] AASHTO – American Association of State, Highway and Transportation Officials: *Guide specifications for design of pedestrian bridges*, 1997.
- [2] Abecasis, T.: *Projecto de ponte pedonal com tabuleiro em viga Vierendeel integrada nas guardas, na Estrada Nacional N377-1 na Quinta da Torre (Caparica)*. Tal Projecto – Projecto, Estudos e Serviços de Engenharia, Lda., Lisboa, 2009.
- [3] Agency, Highway: *Design Manual for Road and Bridges: Loads for Highway Bridges*. BD 37/01, London, 2002.
- [4] Ahmadian, H., G. Gladwell e F. Ismail: *Extracting real modes from complex measured modes*. Em *Proceedings of Spie the International Society for Optical Engineering*, 507–510, 1995.
- [5] Allemang, R.: *The Modal Assurance Criterion – Twenty Years of Use and Abuse*. Sound and Vibration, 14–21, 2003.
- [6] Andriacchi, T. P. et al: *Walking speed as a basis for normal and abnormal gait measurements*. Journal of Biomechanics, 10:261-268, 1977.
- [7] Bachmann, H. e B. Weber: *Tuned vibration absorbers for “lively” structures*. Structural Engineering International, 5(1):31–36, 1995.
- [8] Bachmann, H. et al: *Vibration problems in structures: Practical Guidelines*. Birkhauser, Verlag, Basel, 1995.
- [9] Bachmann, H.: *“Lively” footbridges – A real challenge*. Em *Proceedings of the International Conference on the Design and Dynamic Behaviour of Footbridges*, Paris, 2002.
- [10] Blanchard, J., B.L. Davies e J.W. Smith: *Design criteria and analysis for dynamic loading of footbridges*. Em *Proceedings of the DOE and DOT TRRL Symposium on Dynamic Behaviour of Bridges*, 90-106, UK, 1977.
- [11] Brownjohn, J. M. W., S. Zivanovic e A. Pavic: *Crowd dynamic loadings on footbridges*. Em *Proceedings Footbridge 2008*, Porto, 2008.
- [12] BSA – British Standards Association: *Steel, Concrete and Composite Bridges Part 2: Specification for loads; Appendix C: Vibration Serviceability Requirements for Foot and Cycle Track Bridges*. BS 5400, London, 1978.

- [13] Caetano, E., Á. Cunha e C. Moutinho: *Studies for controlling human-induced vibration of the Pedro e Inês footbridge, Portugal. Part 2: Implementation of tuned mass dampers*. Engineering Structures, 32:1082–1091, 2009.
- [14] CEN – European Committee for Standardization: *Eurocode 0, Eurocode Basis of Structural Design*. EN1990:2002, Brussels, 2002.
- [15] CEN – European Committee for Standardization: *Eurocode 2, Design of concrete structures – Part 2: Concrete Bridges*. EN1992-2:2005, Brussels, 2005.
- [16] CEN – European Committee for Standardization: *Eurocode 5, Design of Timber Structures – Part 2: Bridges*. EN1995-2:2004, Brussels, 2004.
- [17] Cismasiu, C.: “*Dinâmica de Estruturas*”, *Elementos de apoio à cadeira de Dinâmica de Estruturas*. Faculdade de Ciências e Tecnologia – Universidade Nova de Lisboa, 2010.
- [18] Consultants, Ziegler. *View 2002 User's Manual*. Syscom Instruments S.A.
- [19] CSI – Computers and Structures, Inc.: *Analysis Reference Manual for SAP2000, ETABS, SAFE and CSIBridge*. Berkeley, California, 2013.
- [20] Cunha, Á. e E. Caetano: *Experimental modal analysis of civil engineering structures*. Sound and Vibration 40(6):12-20, 2006.
- [21] Dallard, P. et al: *London Millenium Bridge: Pedestrian-induced lateral vibration*. Journal of Bridge Engineering, 2001.
- [22] FIB – Fédération Internationale du Béton: *Guidelines for the design of footbridges*. FIB Bulletin 32, 2005.
- [23] Fujino, Y. et al: *Synchronisation of human walking observed during lateral vibration of a congested pedestrian bridge*. Earthquake engineering and structural dynamics, 1993.
- [24] Garcia, P.: *Análise de pontes pedonais em estrutura metálica e mista*. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2012.
- [25] GERB: *Millenium Bridge*, London, 2001.
- [26] Hartog, J. P. Den: *Mechanical Vibrations*. Dover Publications, New York, 1985.
- [27] Hauksson, F.: *Dynamic behaviour of footbridges subjected to pedestrian-induced vibrations*. Master's thesis, Lund University, 2005.
- [28] Hongnan, L. e L. Huo: *Advances in structural control in civil engineering in China*. Mathematical Problems in Engineering, vol. 2010:23, 2010.

- [29] Imregun, M. e D. Ewins: *Realisation of complex mode shapes*. Em *Proceedings of the 11th Annual International Modal Analysis Conference*, 1303–1309, 1993.
- [30] Ingólfsson, E.T., C.T. Georgakis e J. Jönsson: *Pedestrian-induced lateral vibrations of footbridges: A literature review*. *Engineering Structures*, 45:21-52, 2012.
- [31] Ingólfsson, E.T.: *Pedestrian-induced lateral vibrations of footbridges – Experimental studies and probabilistic modelling*. PhD thesis, Technical University of Denmark, 2011.
- [32] ISO – International Standardization Organization: *ISO 10137: Bases for design of structures – Serviceability of buildings and walkways against vibrations*, 2007.
- [33] Kerr, S. C. e N. W. M. Bishop: *Human induced loading on flexible staircases*. *Engineering Structures*, 23:37-45, 2001.
- [34] Kobayashi, M.: *Prediction and control of pedestrian induced vibration on an interior footbridge*. Master's thesis, Technical University of Denmark, 2011.
- [35] Magnuson, A. R.: *Mitigation of traffic-induced bridge vibrations through passive and semi-active control devices*. Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2010.
- [36] Matsumoto, Y. et al: *Dynamic design of footbridges*. Em *IABSE Proceedings*, No. P-17/78:1-15, 1978.
- [37] Melo, P.: *Módulo de reacção em estacas para formações miocénicas*. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2013.
- [38] Moutinho, C.: *Controlo passivo e activo de vibrações em pontes pedonais*. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1998.
- [39] Racic, V., A. Pavic e J.M.W. Brownjohn: *Experimental identification and analytical modelling of human walking forces: Literature review*. *Journal of Sound and Vibration*, 326:1-49, 2009.
- [40] Rodrigues, J.: *Identificação Modal Estocástica*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2004.
- [41] Sanches, J.: *Controlo de vibrações em pontes pedonais sujeitas a acções de multidões*. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2012.
- [42] Schlaich, M.: *“Footbridge 2008” Conference in Porto*. *Steel Construction*, 1:87–89, 2008
- [43] Sétra/AFGC: *Footbridges: Assessment of vibrational behavior of footbridges under pedestrian loading – Technical guide*, 2006.

- [44] SIA – Swiss Association for Standardization. *Basics of Planning Structural Design Projects*. SIA 260:2013, Zürich, 2013.
- [45] Silva, C. W.: *Vibration Damping, Control and Design*. CRC Press, 2007.
- [46] Stoyanoff, S.: *Human-induced vibrations on footbridges*. Em *Proceedings of the International Conference on the Design and Dynamic Behaviour of Footbridges*, Paris, 2002.
- [47] Transportation, Ontario Ministry of: *Ontario Highway Bridge Design Code*. ONT 83, Toronto, 1983.
- [48] Varela, J.: *Vibrações induzidas por actividades humanas em pontes pedonais*. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2010.
- [49] Venuti, F. e L. Bruno: *Crowd-structure interaction in lively footbridges under synchronous lateral excitation: A literature review*. *Physics of Life Reviews*, 6:176-206, 2009.
- [50] Weber, B.: *Damping of vibrating footbridges*. Em *Proceedings of the International Conference on the Design and Dynamic Behaviour of Footbridges*, Paris, 2002.
- [51] Wheeler, J.E.: *Prediction and control of pedestrian induced vibration in footbridges*. *ASCE Journal of Structural Division*, 108:2045–2065, 1982.
- [52] Willford, M.: *Dynamic actions and reactions of pedestrians*. Em *Proceedings of the International Conference on the Design and Dynamic Behaviour of Footbridges*, Paris, 2002.
- [53] Wood, R. H.: *Some notes on vibrations in structures*. *The Journal of Royal Institute of British Architects*, third series, 55(12):553-555, 1948.
- [54] Young, P.: *Improved floor vibration prediction methodologies*. Em *ARUP Vibration Seminar*, 2001.
- [55] Zivanovic, S., A. Pavic e P. Reynolds: *Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review*. *Journal of Sound and Vibration*, 279:1-74, 2005.
- [56] Ferreira, A.: *Identificação Modal e Actualização de Modelos de Elementos Finitos*. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2013.



## Anexo A

# Revisões de Dinâmica de Estruturas

A dinâmica de estruturas estuda o comportamento de uma estrutura quando sujeita a acções dinâmicas. Por acção dinâmica entende-se forças que são aplicadas bruscamente e que variam no tempo, originando acelerações e forças de inércia na estrutura, ao contrário dos carregamentos estáticos. As acções dinâmicas resultam assim em respostas estruturais também dinâmicas, isto é, em deslocamentos, velocidades e acelerações que também variam no tempo. Para determinar estas respostas, é necessário resolver a equação geral do movimento [17]:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = F(t) \quad (\text{A.1})$$

### A.1 Sistemas com 1 GDL

Um modelo básico que ilustra a resolução deste problema consiste num oscilador com um grau de liberdade (GDL). Este é constituído por uma massa  $m$ , ligado a um apoio através de uma mola linear de rigidez  $k$  e a um amortecedor de viscosidade  $c$ , como exemplificado na Figura A.1.

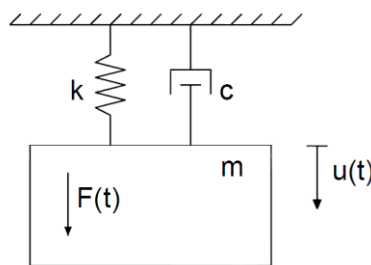


Figura A.1: Sistema com 1 GDL

A sua frequência natural de vibração é definida como:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{A.2})$$

e o coeficiente de amortecimento por:

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{k m}} \quad (\text{A.3})$$

Na massa  $m$  actua uma força  $F(t)$  que varia ao longo do tempo. Esta corresponde a um carregamento do tipo:

- Harmónico, que pode ser definido como uma função sinusoidal;
- Periódico, onde a acção se repete ao longo do tempo, com uma determinada frequência (Ex: andamento de um peão);
- Transiente, isto é, de curta duração ou instantâneo (Ex: impacto de um objecto);
- Aleatório, com intensidade, direcção e sentido arbitrários (Ex: vento).

A resposta dinâmica máxima, induzida por um carregamento harmónico, pode ser determinada através de um factor de amplificação dinâmica, ao qual é multiplicada a resposta estática. Este factor é dado por:

$$A(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + 4\xi^2\Omega^2}} \quad (\text{A.4})$$

em que  $\Omega$  é o rácio entre a frequência da excitação e a frequência natural do sistema. O factor de amplificação dinâmica traduz o número de vezes que a resposta estática é aumentada, e depende do rácio  $\Omega$  e do amortecimento. Na Figura A.2 estão representadas várias curvas da amplificação dinâmica em função de  $\Omega$ , para diversos coeficientes de amortecimento, onde se pode observar o fenómeno designado por ressonância.

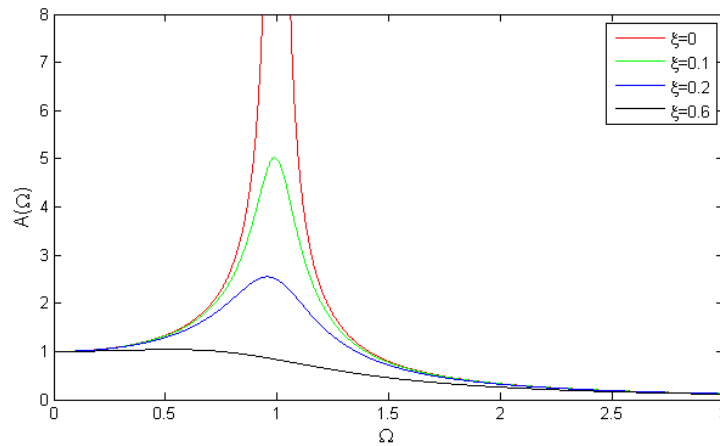


Figura A.2: Curvas de ressonância para vários coeficientes de amortecimento

Observa-se claramente uma tendência para o aumento da resposta dinâmica para frequências de excitação próximas da frequência natural ( $\Omega = 1$ ), à medida que se reduz o amortecimento. Assim, para forças actuaes com frequência próxima à frequência natural da estrutura, a resposta é bastante amplificada, no caso de coeficientes de amortecimento muito baixos. Deste modo, torna-se importante definir um correcto valor de amortecimento (que, por definição, é o fenómeno que permite a dissipação de energia

mecânica por fricção, devido ao movimento relativo entre os seus diversos componentes). O amortecimento estrutural depende de factores como o tipo de ligações presentes na estrutura, o que dificulta bastante a elaboração de um modelo analítico generalizado que simule o seu comportamento de modo satisfatório [43,48]. A maneira mais comum de estimar o amortecimento é através de medições experimentais. Quando tal não é possível (como, por exemplo, em fase de projecto), são normalmente adoptados coeficientes de amortecimento entre 0.1% e 0.2% [39]. É de realçar que é importante não sobrestimar em demasia este valor, uma vez que isso pode levar a um subdimensionamento da estrutura, e na prática registarem-se amplitudes superiores às esperadas. Na Tabela A.1 estão indicados os valores habituais do coeficiente de amortecimento para pontes pedonais, consoante o tipo de material.

Tabela A.1: Valores típicos do coeficiente de amortecimento para pontes pedonais [41]

Tipo de estrutura	Valor mínimo [%]	Valor médio [%]
Betão armado	0.8	1.3
Betão pré-esforçado	0.5	1.0
Aço	0.2	0.4
Mista	0.3	0.6
Madeira	1.5	3.0

## A.2 Sistemas com $N$ GDL

Uma estrutura real, sendo um sistema contínuo, possui infinitos graus de liberdade (GDL). No entanto, é possível discretizar a estrutura e considerá-la como um conjunto de vários elementos sem massa, conectados por nós, em que cada deslocamento em cada nó corresponde a um GDL.

A análise modal permite determinar os modos naturais de vibração e frequências naturais de uma estrutura. A frequência natural é a frequência na qual a estrutura tende a vibrar, quando é solicitada dinamicamente. O modo natural de vibração traduz a configuração da deformada da estrutura para essa frequência. A análise modal é efectuada assumindo um regime de vibração livre, isto é, quando não há forças exteriores aplicadas e o amortecimento é desprezável. A análise modal consiste num problema de vectores próprios, em que os  $N$  valores próprios são as frequências naturais  $\omega_n$ . Cada frequência natural tem um vector próprio associado  $\phi_n$ , correspondente à configuração do modo de vibração. Assim, para  $N$  GDL, obtêm-se  $N$  frequências naturais e modos de vibração correspondentes.

Assumindo um comportamento linear, o movimento do sistema pode ser escrito em termos de coordenadas modais, a partir de  $N$  equações desacopladas, cada uma com uma incógnita. A resposta de cada modo de vibração  $n$  obtém-se resolvendo a seguinte equação:

$$M_n \ddot{q}_n + C_n \dot{q}_n + K_n q_n = F_n(t) \quad (\text{A.5})$$

Em que  $M_n$ ,  $C_n$ ,  $K_n$  e  $F_n(t)$  são a massa, rigidez, amortecimento e força externa associada ao modo de vibração  $n$ , dados respectivamente por:

$$M_n = \phi_n^T [M] \phi_n \quad (\text{A.6})$$

$$C_n = \phi_n^T [C] \phi_n \quad (\text{A.7})$$

$$K_n = \phi_n^T [K] \phi_n \quad (\text{A.8})$$

$$F_n(t) = \phi_n^T \{F(t)\} \quad (\text{A.9})$$

Finalmente, a resposta dinâmica da estrutura é calculada a partir da contribuição de todos os modos de vibração, por sobreposição modal:

$$u(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n q_n(t) \quad (\text{A.10})$$

Com ao desenvolvimento dos meios computacionais nos últimos anos, a análise modal é feita actualmente recorrendo a programas de cálculo automático, que aplicam o método dos elementos finitos para obter as respostas estruturais. Conhecendo a geometria e as propriedades dos materiais que constituem a estrutura, é possível construir um modelo de elementos finitos de modo a determinar as características dinâmicas da estrutura.

## Anexo B

# Tensões efectivas e módulos de reacção nas estacas

Tabela B.1: Valores para as estacas do Pilar P1

$z$ [m]	$\sigma'$ [kPa]	$k$ [kN/m]
0.79	14.22	80000
1.82	32.76	110000
2.82	50.76	140000
3.82	68.39	155000
4.82	76.59	170000
5.82	84.79	175000
6.82	92.99	180000
7.82	101.19	185000
8.82	109.39	200000
9.82	117.59	210000
10.82	125.79	215000
11.82	133.99	220000
12.82	142.19	225000
13.82	150.39	230000
14.82	158.59	235000

$z$  – Cota em relação à superfície do solo;

$\sigma'$  – Tensão efectiva;

$k$  – Módulo de reacção.

Tabela B.2: Valores para as estacas do Pilar P2

$z$ (m)	$\sigma'$ (kPa)	$k$ (kN/m)
1.32	0	100000
2.86	35.31	115000
3.86	43.51	120000
4.86	51.71	145000
5.86	59.91	150000
6.86	68.11	155000
7.86	76.31	170000
8.86	84.51	175000
9.86	92.71	180000
10.86	100.91	185000
11.86	109.11	200000

Tabela B.3: Valores para as estacas do Encontro E2

$z$ (m)	$\sigma'$ (kPa)	$k$ (kN/m)
0.73	13.14	80000
2.38	42.84	120000
3.38	60.84	150000
4.38	78.84	170000
5.38	96.84	185000
6.38	114.84	205000
7.38	126.37	215000
8.38	134.57	220000
9.38	142.77	225000
10.38	150.97	230000
11.38	159.17	235000
12.38	167.37	240000
13.38	175.57	250000
14.38	183.77	255000
15.38	191.97	260000
16.38	200.17	270000
17.38	208.37	275000
18.38	216.57	280000

Tabela B.4: Cotas do nível freático

Pilar P1	3.782 m
Pilar P2	1.21 m
Encontro E2	6.72 m

## Anexo C

# Aplicação de cargas harmónicas no programa SAP2000

O presente anexo indica como aplicar carregamentos harmónicos no programa SAP2000. Este processo consiste em duas fases principais: definir a função de carga, isto é, a variação da amplitude da força ao longo do tempo, e definir o caso de carga, em que se associa a função criada ao padrão de carregamento aplicado no modelo [19].

### 1) Definição da função de carga

- Aceder ao menu *Define > Functions* e seleccionar a opção *Time History*. Surge então a janela *Define Time History Functions*.

- Em *Choose Function Type to Add*, escolher a opção *Cosine*, para funções co-seno, ou *Sine* para funções seno, e clicar em *Add New Function* para aceder à janela de definição dos parâmetros da função.

- Nos parâmetros *Period* e *Amplitude*, introduzir os valores pretendidos para o período e a amplitude da função de carga. É então possível visualizar graficamente a função definida, carregando em *Display Graph*.

### 2) Definição do caso de carga

- Aceder ao menu *Define > Load Cases*. Na nova janela, clicar em *Add New Load Case*, para aceder à janela de definição do caso de carga.

- Em *Load Case Type*, seleccionar *Time History*. A janela passa a tomar a forma ilustrada na Figura C.1. Deve-se escolher então as seguintes opções:

- *Analysis Type: Linear*
- *Time History Type: Modal*
- *Time History Motion Type: Periodic*

- No campo *Loads Applied*, conforme exemplificado na Figura C.1, seleccionar o padrão de carga que se pretende associar ao carregamento dinâmico. Em *Function*, escolher a função *time history* criada na primeira etapa.

- No campo *Time Step Data*, introduzir o passo de tempo e o número total de passos que se pretende.

- Por fim, em *Modal Damping*, introduzir os coeficientes de amortecimento estrutural. Caso sejam conhecidos os seus valores para alguns modos de vibração, o campo *Modal Damping Overrides* permite introduzir os coeficientes associados a cada modo.

**Load Case Data - Linear Modal History**

Load Case Name:  Set Def Name Modify/Show...

Load Case Type:  Design...

Initial Conditions:  
☒ Zero Initial Conditions - Start from Unstressed State  
☐ Continue from State at End of Modal History   
 Important Note: Loads from this previous case are included in the current case

Modal Load Case:  
 Use Modes from Case

Loads Applied

Load Type	Load Name	Function	Scale Factor
Load Pattern	modo1	modo1_c1	1.
Load Pattern	modo1	modo1_c1	1.

☐ Show Advanced Load Parameters

Time Step Data:  
 Number of Output Time Steps:   
 Output Time Step Size:

Other Parameters:  
 Modal Damping:  Modify/Show...

OK Cancel

Figura C.1: Definição dos casos de carga no SAP2000



## Anexo D

# Modelação de um TMD no programa SAP2000

No presente anexo é descrito o processo de modelação de um TMD no programa SAP2000. A sua modelação é feita através de um elemento designado por *link*. Um *link*, por definição, faz a ligação entre dois nós, através de seis molas que correspondem aos seis graus de liberdade (três de translação e três de rotação) [19]. Neste caso, um dos seus nós de extremidade corresponde ao ponto da estrutura onde se pretende aplicar o TMD, e o nó oposto corresponde à massa adicional.

A implementação do dispositivo no modelo numérico consiste essencialmente em duas fases: A primeira passa por definir as propriedades do TMD, nomeadamente a sua rigidez e o seu amortecimento. A segunda fase consiste em fazer a sua ligação à estrutura, e introduzir a massa adicional [19]. O procedimento a seguir é então o seguinte:

1. No menu *Define > Section Properties*, aceder à opção *Link/Support Properties*.
2. Aceder à opção *Add New Property*. Surge então uma nova janela, como indicado na Figura D.1.
3. Em *Link/Support Type*, alterar para *Damper*. Em *Directional Properties*, deve-se fixar todos os graus de liberdade, excepto U1, que corresponde à direcção de actuação do TMD (direcção longitudinal do link que iremos introduzir).
4. De seguida, é necessário definir a sua rigidez e amortecimento. Para tal, acede-se à opção *Modify/Show for U1*, introduzindo o valor da rigidez em *Effective Stiffness* e do amortecimento em *Effective Damping*.

Link/Support Property Data

Link/Support Type: Damper

Property Name: TMD1

Property Notes:

Total Mass and Weight:

Mass: 0.0 Rotational Inertia 1: 0.0

Weight: 0.0 Rotational Inertia 2: 0.0

Rotational Inertia 3: 0.0

Factors For Line, Area and Solid Springs:

Property is Defined for This Length In a Line Spring: 1.0

Property is Defined for This Area In Area and Solid Springs: 1.0

Directional Properties:

Direction	Fixed	NonLinear	Properties
<input checked="" type="checkbox"/> U1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Modify/Show for U1...
<input checked="" type="checkbox"/> U2	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Modify/Show for U2...
<input checked="" type="checkbox"/> U3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Modify/Show for U3...
<input checked="" type="checkbox"/> R1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Modify/Show for R1...
<input checked="" type="checkbox"/> R2	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Modify/Show for R2...
<input checked="" type="checkbox"/> R3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Modify/Show for R3...

P-Delta Parameters: Advanced...

Fix All Clear All OK Cancel

Figura D.1: Definição das propriedades do TMD no SAP2000

5. Estando as propriedades definidas, procede-se à ligação do TMD à estrutura. Para isso, acedendo ao menu *Draw > Draw Special Joint*, faz-se um *offset* segundo Z considerando uma determinada distância, clicando de seguida no ponto onde se pretende aplicar o dispositivo.
6. Acedendo novamente ao menu *Draw*, selecciona-se a função *Draw 2 Joint Link*, clicando de seguida no ponto criado no passo anterior, e no ponto da estrutura ao qual queremos ligá-lo. Na janela *Properties of Object*, escolhe-se a propriedade que se definiu anteriormente.
7. Estando a mola e o amortecedor implementados, resta apenas adicionar a massa ao ponto criado no passo 5. Para tal, selecciona-se o ponto em questão e no menu *Assign > Joint*, escolhe-se a opção *Masses*.